

Quantitative Visualisierung  
komplexer verfahrenstechnischer Strömungsvorgänge  
mit der digitalen Particle Image Velocimetry

Vom Fachbereich Maschinenbau  
der Universität der Bundeswehr Hamburg  
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs  
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Oliver Pust  
aus Helmstedt

Hamburg, im April 2001

Erster Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Gert Böhme  
Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Dr. h. c. Franz Durst

Tag der mündlichen Prüfung: 17. April 2001

Gedruckt mit Unterstützung der Universität der Bundeswehr Hamburg.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist das wesentliche Ergebnis meiner Forschungstätigkeit als Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Universität der Bundeswehr Hamburg.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer und Gutachter Herrn Prof. Dr. rer. nat. Gert Böhme, der mit ständigem Interesse die Fortschritte meiner Arbeit begleitete. Er räumte mir den Freiraum bei der Gestaltung meines Forschungsgebietes ein, der mir meine zweite Zeit an der Universität immer in bester Erinnerung bleiben lassen wird.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr. Dr. h. c. Franz Durst, der sich trotz seines prall gefüllten Terminkalenders bereit erklärte, das zweite Gutachten über meine Dissertation anzufertigen und meine Doktorprüfung mitzugestalten. Sein hoch geschätztes Fachwissen speziell über laseroptische Meßtechniken war mir steter Ansporn.

Die Durchführung meiner Versuche im Labor für Strömungslehre wäre ohne die dort tätigen Mitarbeiter Herrn Dipl.-Ing. Wolfgang Warnecke und Herrn Martin Kitzmann unmöglich gewesen. Ihnen gebührt mein besonderer Dank für ihre ideenreiche und selbständige Verwirklichung meiner meist nur grob skizzierten Ideen.

Des weiteren bedanke ich mich bei meiner Kollegin und meinen Kollegen für ihre Diskussionsbereitschaft und ihre Anregungen sowie bei denen, die es auf sich genommen hatten, meine Dissertationsschrift auf Allgemeinverständlichkeit und Fehler aller Art hin Korrektur zu lesen.

Das Verständnis meiner Lebenspartnerin Anja Hatscher und die Wiedersehensfreude meines Sohnes Paul Frédéric, der seinen Vater aufgrund der weiten Entfernung meist nur am Wochenende sah, haben sehr viel zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Particle Image Velocimetry</b>	<b>4</b>
2.1 Einleitung . . . . .	4
2.2 Prinzip und Aufbau eines PIV-Systems . . . . .	4
2.3 Hinzufügen der Partikel . . . . .	5
2.4 Beleuchtung der Partikel . . . . .	9
2.5 Aufnahme des reflektierten Lichts . . . . .	15
2.6 Bestimmung der Partikelverschiebung . . . . .	16
2.6.1 Kreuzkorrelation . . . . .	17
2.6.2 Autokorrelation . . . . .	22
2.6.3 Einflüsse auf das Meßergebnis . . . . .	23
2.6.4 Lokalisation des Korrelationsmaximums . . . . .	24
2.7 Weiterverarbeitung der Meßdaten . . . . .	26
2.8 Zusammenfassung . . . . .	27
<b>3 Laser Doppler Velocimetry</b>	<b>28</b>
3.1 Einleitung . . . . .	28
3.2 Dopplereffekt . . . . .	29
3.2.1 Dopplereffekt beim LDV . . . . .	30
3.2.2 Zweistrahl-LDV-System . . . . .	32
3.2.3 Das Interferenzstreifenmodell . . . . .	33
3.2.4 Meßvolumen des Zweistrahl-LDV-Systems . . . . .	34
3.3 Optoelektronische Signalwandlung und Auswertung . . . . .	36

## *Inhaltsverzeichnis*

3.4	Richtungsbestimmung . . . . .	37
3.5	Meßsysteme . . . . .	38
3.6	Zusammenfassung . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Bewertung und Vergleich von PIV und LDV</b>	<b>40</b>
4.1	Bewertung der LDV-Meßtechnik . . . . .	40
4.2	Bewertung der PIV-Meßtechnik . . . . .	42
4.3	Vergleich von PIV und LDV . . . . .	44
4.4	Einsatzgebiete von PIV und LDV . . . . .	45
4.5	DGV als Alternative zu PIV und LDV . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation</b>	<b>52</b>
5.1	Einleitung . . . . .	52
5.2	Versuchsaufbau zur Zylinderumströmung . . . . .	53
5.3	Numerische Simulation . . . . .	55
5.4	Ergebnisse . . . . .	58
5.4.1	Ergebnisse für das Anfahren der Kármánschen Wirbelstraße . . . . .	58
5.4.2	Ergebnisse für die periodische Kármánsche Wirbelstraße . . . . .	61
5.5	Zusammenfassung . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation</b>	<b>67</b>
6.1	Einleitung und Motivation . . . . .	67
6.2	Methoden zur Auswertung von Partikelbildern . . . . .	68
6.3	Implementierung der direkten Kreuzkorrelation . . . . .	71
6.4	Beschreibung der Auswerteparameter . . . . .	74
6.5	Ergebnisse der untersuchten Auswertemethoden . . . . .	75
6.6	Zusammenfassung . . . . .	77
<b>7</b>	<b>Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer</b>	<b>85</b>
7.1	Mischen in der Verfahrenstechnik . . . . .	85
7.2	Der SMX-Mischer . . . . .	86
7.3	Versuchsaufbau und -durchführung . . . . .	89
7.3.1	Versuchsstand zum SMX-Mischer . . . . .	89

## *Inhaltsverzeichnis*

7.3.2	Stoffeigenschaften der Versuchsflüssigkeiten . . . . .	95
7.3.3	Lage der Meßebenen im Modell des SMX-Mischers . . . . .	100
7.4	Ergebnisse für Glycerin . . . . .	102
7.5	Ergebnisse für CMC . . . . .	114
7.6	Vergleich der Strömungen bei Glycerin und CMC . . . . .	120
7.7	Symmetriebetrachtungen . . . . .	125
7.7.1	Symmetrieuntersuchungen bei Glycerin . . . . .	126
7.7.2	Symmetrieuntersuchungen bei CMC . . . . .	128
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>131</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	131
8.2	Ausblick . . . . .	132
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>
	<b>Glossar</b>	<b>140</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>145</b>
A.1	Fortran-Programm zur direkten Kreuzkorrelation . . . . .	145
A.2	C-Programm zum Einlesen von binären Bilddateien . . . . .	160
A.3	Fortran-Programm zum Setzen der Korrelationsparameter . . . . .	162
A.4	Schleichende Umströmung einer Ecke . . . . .	162

# Verzeichnis der verwendeten Symbole

Symbol	Bedeutung	Dimension <sup>1</sup>	Seite
<b>Allgemeine Formelzeichen</b>			
$a$	Beschleunigung	$LZ^{-2}$	5
$a_k$	Relaxationsspannungen	$ML^{-1}Z^{-2}$	96
$b$	Stegdicke	L	93
$c$	Lichtgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	29
$d$	Abstand, Durchmesser	L	33
$d_P$	Partikeldurchmesser	L	5
$e$	Einheitsvektor		29
$f$	Ablösefrequenz	$Z^{-1}$	55
$f$	Vektor der Volumenkraftdichte	$ML^{-2}Z^{-2}$	55
$f(i,j), g(k,l)$	Graustufenverteilung der Teilbilder		16
$\bar{f}, \bar{g}$	mittlere Intensität der Teilbilder		72
$f_D$	Dopplerfrequenz	$Z^{-1}$	32
$f_E$	Empfängerfrequenz	$Z^{-1}$	29
$f_P$	Streuungsfrequenz	$Z^{-1}$	30
$f_0$	Laserlichtfrequenz	$Z^{-1}$	29
$g$	Fallbeschleunigung	$LZ^{-2}$	5
$i, j, k, l$	Positionen in der Bildebene	Pixel (px)	16
$i', j'$	Bildabmessungen der Teilbilder	Pixel (px)	16
$\hat{j}$	imaginäre Einheit, $\hat{j} = \sqrt{-1}$		70
$l$	Länge	L	87
$m, n$	räumliche Verschiebung	Pixel (px)	17
$n$	Brechzahl		98
$n$	Fließindex		120
$p$	Druck	$ML^{-1}Z^{-2}$	55
$t$	Zeit	Z	31
$t_0$	Anfangszeit	Z	16
$t_P$	Prozeßzeit	Z	121
$\tilde{t}$	entdimensionierte Zeit		55
$u, v, w$	kartesische Geschwindigkeitskomponenten	$LZ^{-1}$	31

Symbol	Bedeutung	Dimension <sup>1</sup>	Seite
$u_m$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	54
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor	$LZ^{-1}$	29
$w_m$	mittlere Anströmgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	93
$\bar{w}$	mittlere Geschwindigkeit im Mischer	$LZ^{-1}$	93
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	L	17
$A$	Querschnittsfläche	$L^2$	93
$D$	Zylinderdurchmesser	L	54
$\mathbf{D}$	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor	$Z^{-1}$	57
De	Deborah-Zahl		121
$E$	elektrische Feldstärke	$MLZ^{-3}I^{-1}$	31
$F(M,N), G(M,N)$	Graustufenverteilung der Gesamtaufnahmen		16
$F(u, v), G(u, v)$	Fourier-Transformierte reellwertiger Funktionen		69
$G'(\omega)$	Speichermodul	$ML^{-1}Z^{-2}$	96
$G''(\omega)$	Verlustmodul	$ML^{-1}Z^{-2}$	96
$I$	elektrische Stromstärke	I	31
$L$	Länge eines Mischelementes	L	120
$\mathbf{L}$	Geschwindigkeitsgradiententensor	$Z^{-1}$	55
$M, N$	Position in der Bildebene	Pixel (px)	16
$M', N'$	Bildabmessungen der Gesamtaufnahmen	Pixel (px)	15
Re	Reynolds-Zahl		54
Sr	Strouhal-Zahl		55
$\mathbf{T}$	Tensor der Reibungsspannungen	$ML^{-1}Z^{-2}$	55
$U$	Fluidgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	5
$U_g$	Sinkgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	5
$U_P$	Partikelgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	5
$U_S$	Differenzgeschwindigkeit	$LZ^{-1}$	5
$\dot{V}$	Volumenstrom	$L^3Z^{-1}$	87
$Z$	Druckverlustfaktor		87
<b>Griechische Symbole</b>			
$\alpha, \Theta_B$	Winkel		30
$\dot{\gamma}$	Schergeschwindigkeit	$Z^{-1}$	96
$\dot{\epsilon}$	Dehngeschwindigkeit	$Z^{-1}$	120
$\eta$	dynamische Viskosität	$ML^{-1}Z^{-1}$	5
$\eta_0$	Nullviskosität	$ML^{-1}Z^{-1}$	97
$\lambda, \lambda_k$	Relaxationszeiten	Z	96
$\lambda_C$	Zeitkonstante im Carreau-Modell	Z	120

Symbol	Bedeutung	Dimension <sup>1</sup>	Seite
$\lambda_0$	Lichtwellenlänge	L	33
$\nu$	kinematische Viskosität	$L^2Z^{-1}$	95
$\xi, \zeta$	kartesische Koordinaten	L	17
$\bar{\xi}, \bar{\psi}$	kartesische Koordinaten, dimensionslos		53
$\rho$	Fluidichte	$ML^{-3}$	5
$\rho_P$	Partikeldichte	$ML^{-3}$	5
$\phi$	Kreuzkorrelationskoeffizientenfunktion		72
$\omega$	Kreisfrequenz	$Z^{-1}$	31
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	kartesische Komponenten des Wirbelvektors	$Z^{-1}$	103
$\Delta f$	Bandbreite der Absorptionslinie	$Z^{-1}$	50
$\Delta f_E$	Frequenzverschiebung	$Z^{-1}$	30
$\Delta n$	Brechzahlunterschied		98
$\Delta p$	Druckverlust	$ML^{-1}Z^{-2}$	87
$\Delta p_L$	Druckverlust eines Mischelementes	$ML^{-1}Z^{-2}$	120
$\Delta t$	Zeitabstand	Z	16
$\Phi$	Kreuzkorrelationsfunktion		17

<sup>1</sup> Im internationalen Einheitensystem mit Masse [M], Länge [L], Zeit [Z] und elektrischer Stromstärke [I] als Basisgrößen, sofern nicht anders genannt

# 1 Einleitung

**Inhalt des Kapitels** *In dieser Einleitung wird kurz auf die Entwicklung und die Bedeutung der Strömungsmesstechnik für die industrielle Anwendung eingegangen. Der Begriff Quantitative Visualisierung wird in Abgrenzung zum allgemeinen Verständnis des Wortes Visualisierung erläutert. Abschließend werden das Ziel dieser Arbeit und ihre inhaltliche Gliederung vorgestellt.*

Für den Menschen war es schon immer von vitalem Interesse, seine Umwelt genau zu beobachten. Besondere Bedeutung hat die Wahrnehmung von bewegten Objekten, da diese für den Menschen immer auch eine potentielle Gefahr darstellen. Daher erhalten (schnelle) Bewegungen im Wahrnehmungssystem Auge-Gehirn die höchste Priorität. Jeder kann an sich selbst beobachten, wie sich der eigene Kopf unwillkürlich in Richtung einer auch nur aus den Augenwinkeln wahrgenommenen Bewegung dreht. Aus einer Folge von Bildern kann das Gehirn im übrigen eine Schätzung der Geschwindigkeit ableiten. Man kann sich leicht vorstellen, wie der Mensch schon frühzeitig begonnen hat, mit einfachen Hilfsmitteln Experimente über Bewegungen, ihre Ursachen und Auswirkungen durchzuführen. Dieses Verhalten kann man noch heute bei Kindern beobachten, die Holzstücke von einer Brücke in einen Fluß werfen und zusehen, wie die Holzstücke von der Strömung davongetragen werden. Schon diese Methode läßt eine grobe Schätzung der Strömungsgeschwindigkeit zu. Auch sind so Wirbel oder Nachläufe hinter Hindernissen zu erkennen.

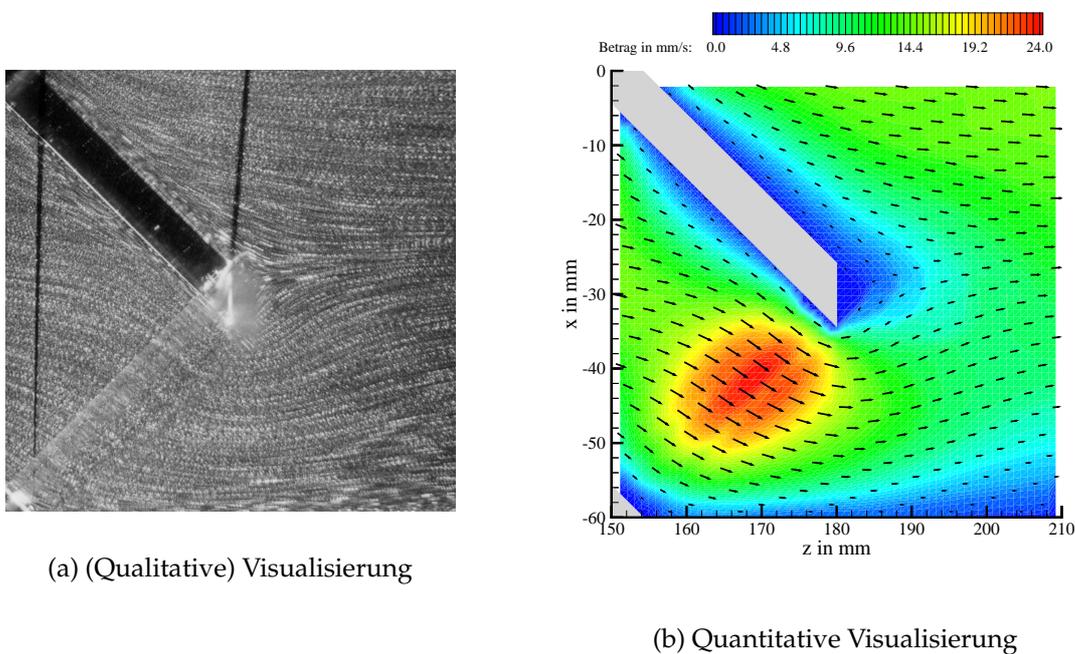
Allerdings lassen solch primitive Experimente nur qualitative Aussagen und ungenaue quantitative Ergebnisse zu. Nichtsdestoweniger konnte LEONARDO DA VINCI – zugleich Künstler und Naturwissenschaftler – erstaunlich detaillierte Zeichnungen von Wasserströmungen nur durch pure Beobachtung anfertigen.

Einen Meilenstein in der Strömungsmesstechnik setzte LUDWIG PRANDTL Anfang des 20. Jahrhunderts durch sorgfältig angelegte Experimente in einem Strömungskanal, den er zur Strömungsvisualisierung verwendete. Er setzte der Flüssigkeit kleine Partikel zu, deren Beobachtung die Strukturen sowohl in stationären als auch in instationären Strömungen sichtbar machte. Aber auch so ließen sich nur qualitative Aussagen treffen. Erst fast ein Jahrhundert später ermöglicht es uns der Fortschritt in Optik, Lasertechnik, Elektronik, Foto- und Computertechnologie, aus der Beobachtung von Partikeln auch quantitative Erkenntnisse über instationäre Geschwindigkeitsfelder zu gewinnen. Diese Erkenntnisse sind in vielen Bereichen heutzutage unverzichtbar. Man denke zum Beispiel an die Optimierung der Form von Luftfahrzeugen, die Verbrauchsminimierung von Kraftfahrzeugen sowohl durch die Reduzierung des Luftwiderstandes als auch durch die Optimierung des Kraftstoffverbrennungsprozesses.

## 1 Einleitung

Von großem Interesse ist ebenfalls die Durchströmung von verfahrenstechnischen Apparaten, die in vielfältigen Formen unter anderem in der chemischen Industrie – insbesondere der Kunststoffindustrie – eingesetzt werden. In der Medizin und der Medizintechnik wächst gleichfalls das Bedürfnis an Detailkenntnissen über physiologische Strömungen – z. B. der Blutströmung durch verengte Blutgefäße (Stenosen) und künstliche Herzklappen oder der Strömung der zerebrospinalen Flüssigkeit im Ventrikularsystem des menschlichen Gehirns.

Die ersten beiden Worte des Titels dieser Arbeit mögen wie ein Oxymoron anmuten. Diese Zusammensetzung wurde dennoch bewußt gewählt und ihre Bedeutung soll anhand von Abbildung 1.1 erläutert werden. Die Strömungsvisualisierung, wie sie typischerweise als beschreibende, qualitative Methode zum Verständnis von Strömungsvorgängen definiert wird, ist im linken Teilbild zu sehen. Es zeigt, was auch LUDWIG PRANDTL so oder ähnlich in seinen Versuchen gesehen haben mag. Die mehrfach mit einer Lichtquelle angestrahlten Partikel, die der Strömung folgen, hinterlassen in einer Langzeitaufnahme ihre Spuren. Im Falle einer stationären Strömung lassen sich so die Strom- und die Bahnlinien visualisieren. Ohne daß quantitative Aussagen über die Strömungsgeschwindigkeit oder andere Größen getroffen werden können, lassen sich dennoch Strukturen in der Strömung erkennen. Erst mit modernen Meßtechniken wie der Particle Image Velocimetry wird aus den Partikelbildern eine Darstellung der Strömung wie im rechten Teilbild, die über die zuvor beschriebenen Erkenntnisse hinaus auch präzise, zahlenmäßige Erkenntnisse über das Geschwindigkeitsfeld liefert: *Quantitative Visualisierung*.



**Abbildung 1.1:** Visualisierung der Strömung in einem SMX-Mischer

## 1 Einleitung

Ziel dieser Arbeit ist es, ein neues laseroptisches Geschwindigkeitsmeßverfahren auf seine Eignung für die Anwendung auf komplexe verfahrenstechnische Strömungsvorgänge hin zu überprüfen. Im Gegensatz zu anderen, lokal arbeitenden Meßtechniken kann es Feldinformationen auch bei instationären Strömungen liefern.

Zu diesem Zweck werden in Kapitel 2 das Prinzip und der Aufbau eines Particle Image Velocimetry-Systems erläutert. Dabei wird auf die Funktionsweise der beteiligten Komponenten eingegangen, die Auswertemethoden werden beschrieben und die Eigenschaften der Particle Image Velocimetry werden zusammengefaßt. In Kapitel 3 wird die Laser Doppler Velocimetry vorgestellt, die als experimentelles Referenzsystem Verwendung findet. Die Funktionsweise wird in der Tiefe dargestellt, die zum prinzipiellen Verständnis dieser Methode erforderlich ist. Eine Bewertung und ein Vergleich der Particle Image Velocimetry und der Laser Doppler Velocimetry finden in Kapitel 4 statt. Darin werden die Eigenschaften sowie die Vor- und Nachteile beider Systeme gegenübergestellt. Die Evaluierung der Particle Image Velocimetry wird in Kapitel 5 beschrieben. Dort werden die Meßergebnisse der Particle Image Velocimetry mit den Meßergebnissen der lokal arbeitenden Lasermeßtechnik Laser Doppler Velocimetry, die sich in den vergangenen Jahrzehnten in der Praxis bewährt hat, und den Ergebnissen einer numerischen Simulation am Beispiel der *Kármánschen Wirbelstraße* verglichen. Die sich daraus ergebenden Potentiale zur Qualitätssteigerung durch die direkte Kreuzkorrelation werden in Kapitel 6 vorgestellt. Eine optimierte Implementierung der direkten Kreuzkorrelation wird mit mehreren gängigen Auswertemethoden zur Bestimmung der Partikelverschiebung verglichen. Es werden die Ergebnisse gegenübergestellt und abschließend Folgerungen für die Anwendung der Particle Image Velocimetry gezogen. Daraufhin wird die Particle Image Velocimetry angewandt, um in Kapitel 7 das Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer quantitativ zu visualisieren. Dabei kommen ein newtonsches und ein viskoelastisches Fluid zum Einsatz, um zu überprüfen, ob mit der Particle Image Velocimetry Unterschiede im Strömungsverhalten nachgewiesen werden können. Zuletzt werden in Kapitel 8 die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefaßt, und es wird ein Ausblick auf weitere mögliche Untersuchungen sowie die Erweiterung der Particle Image Velocimetry gegeben. Im Anhang sind die Quellcodes der optimierten Implementierung der direkten Kreuzkorrelation abgedruckt sowie theoretische Überlegungen zur schleichenden Umströmung einer Ecke wiedergegeben, die bei der Interpretation von Ergebnissen hilfreich sind.

Die Entwicklung der Particle Image Velocimetry wurde und wird maßgeblich im englischsprachigen Raum betrieben. Aus diesem Grund existiert nur wenig Literatur dazu in deutscher Sprache. Deshalb werden auch in dieser Arbeit die englischen Begriffe verwendet, um Unklarheiten zwischen deutschen Übersetzungen und den englischen Originalbegriffen zu vermeiden. Die englischen Wörter sind im laufenden Text *hervorgehoben* und im Glossar ab Seite 140 erläutert.

## 2 Particle Image Velocimetry

**Inhalt des Kapitels** Die Grundlagen der Particle Image Velocimetry werden erläutert. Das Prinzip und der Aufbau eines Particle Image Velocimetry-Systems werden in der Reihenfolge des logischen Ablaufes einer Messung erklärt. Die wesentlichen Schritte dabei sind das Hinzufügen geeigneter Partikel, die Beleuchtung der Partikel, die Aufnahme des reflektierten Lichts, die Bestimmung der Verschiebung der Partikel und die Weiterverarbeitung der Meßdaten. Den Schwerpunkt bildet hierbei die Bestimmung der Verschiebung der Partikel. Auf mögliche Fehler und deren Ursachen wird eingegangen.

Zu den Grundlagen der Particle Image Velocimetry werden im laufenden Text nur dann Quellen angegeben, wenn dort spezielle Fragestellungen behandelt werden. Ausführlichere Erläuterungen zu einzelnen Grundlagenthemen sind in Übersichtsartikeln ([17] und [16]) und Monographien ([55], [41] und [40]) zu finden.

### 2.1 Einleitung

Im Gegensatz zu Geschwindigkeitsmessungen mit Prandtl-Rohren, Hitzdrahtanemometern und anderen Sonden, die in die Strömung eingebracht werden müssen und diese deshalb stören, ist die *Particle Image Velocimetry* (PIV) eine optische Meßmethode, die berührungslos arbeitet und die Strömung in keiner Weise beeinflusst. Die PIV weist somit eine Reihe günstiger Eigenschaften auf, die sie von konventionellen Meßmethoden unterscheiden und sie für eine Vielzahl von Anwendungen attraktiv machen.

### 2.2 Prinzip und Aufbau eines PIV-Systems

Das Prinzip der PIV beruht auf der Beobachtung kleiner Partikel, die dem strömenden Fluid zugesetzt werden oder auch schon in ihm enthalten sein können. Die Partikel werden durch einen Lichtschnitt angestrahlt, und das von ihnen reflektierte Licht wird zu zwei kurz aufeinander folgenden Zeitpunkten aufgenommen. Mit geeigneten Algorithmen werden Teilbilder mathematisch ausgewertet, um die Partikelverschiebung zwischen den beiden Belichtungen zu bestimmen. Man erhält auf diese Weise viele lokale Verschiebungsvektoren, die mit der Zeitdifferenz, welche zwischen

den beiden Bildern liegt, in Geschwindigkeitsvektoren umgerechnet werden. Als Ergebnis erhält man so eine *vector map* von zweidimensionalen Geschwindigkeitsvektoren, die in der beleuchteten Ebene liegen. Das Gesamtsystem PIV besteht deshalb aus mehreren Subsystemen, die im folgenden beschrieben werden sollen (siehe Abbildungen 2.1 und 2.2):

- Hinzufügen geeigneter Partikel — *Seeding*
- Beleuchtung der Partikel — *Illumination*
- Aufnahme des reflektierten Lichts — *Recording*
- Bestimmung der Verschiebung der Partikel — *Evaluation*
- Weiterverarbeitung der Meßdaten — *Postprocessing*

Die Pfeile in Abbildung 2.1 verdeutlichen den Informationsfluß sowohl auf der Ebene der Hardware (Synchronisator, Computer, Neodym-YAG-Laser und CCD-Kamera) als auch im logischen Ablauf einer Messung (*Seeding, Illumination, Recording, Evaluation* und *Postprocessing*) und stellen die Verbindungen der Hardwareebene mit der logischen Ebene dar. Das zentrale Element ist der Computer. Mit ihm wird über den Synchronisator der zeitliche Ablauf einer Messung koordiniert, indem er die erforderlichen Steuersignale an den Laser und die Kamera sendet. Weiterhin werden im Computer die Bilder gespeichert, ausgewertet und weiterverarbeitet.

### 2.3 Hinzufügen der Partikel

Es ist notwendig, bei jeder Meßsituation aufs neue sicherzustellen, daß die Partikel, auf deren Beobachtung ja die Geschwindigkeitsbestimmung beruht, der Strömung auch tatsächlich hinreichend genau folgen. Der Hauptgrund für Fehler, die während der Geschwindigkeitsbestimmung auftreten können, ist der Einfluß der Gravitation und der Beschleunigung des Fluids infolge des möglichen Unterschiedes zwischen der Fluiddichte  $\rho$  und der Partikeldichte  $\rho_P$ . Ein hinreichend kleines und kugelförmiges Partikel mit dem Durchmesser  $d_P$ , das sich in einem zähen Fluid mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  befindet, sinkt durch die Gravitation  $g$  bedingt mit der Geschwindigkeit

$$U_g = d_P^2 \frac{\rho_P - \rho}{18 \eta} g \quad (2.1)$$

zu Boden. Unterliegt das Fluid der Beschleunigung  $a$ , tritt dabei eine Geschwindigkeitsdifferenz

$$U_S = U - U_P = d_P^2 \frac{\rho_P - \rho}{18 \eta} a \quad (2.2)$$

zwischen der Partikelgeschwindigkeit  $U_P$  und der Geschwindigkeit  $U$  des Fluids auf. Beide Formeln können aber nur unter der Voraussetzung sehr kleiner Reynoldszahlen ( $Re \ll 1$ ) zur Abschätzung des Teilchenfolgevermögens dienen.

## 2 Particle Image Velocimetry

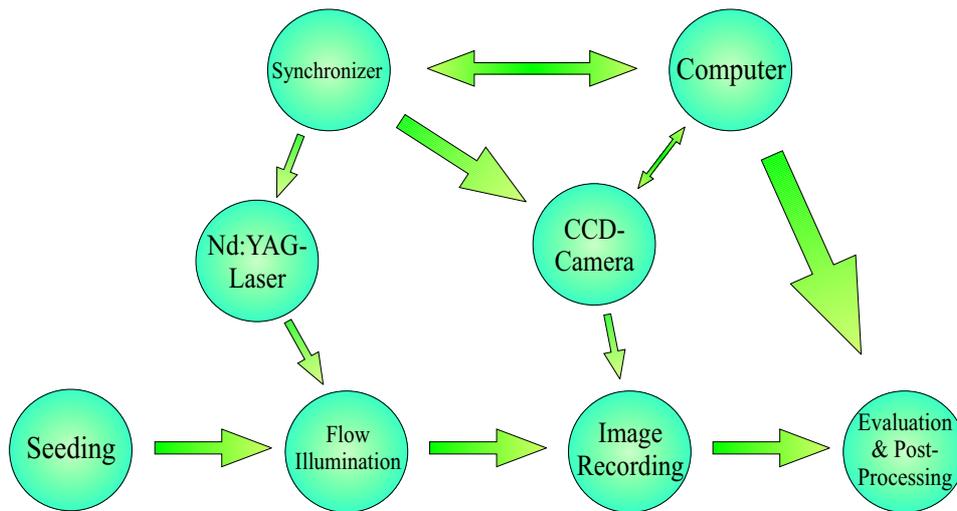


Abbildung 2.1: Komponenten eines PIV-Systems

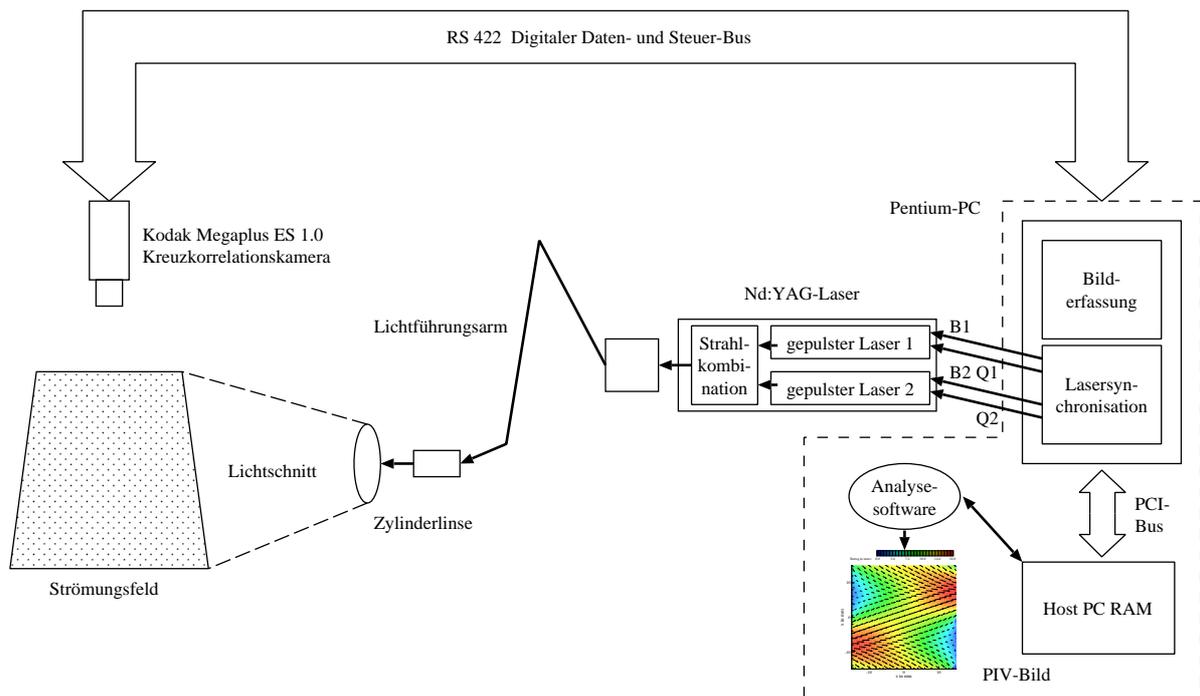


Abbildung 2.2: Blockdiagramm eines PIV-Systems (B1/B2 Steuerleitungen für die Blitzlampen, Q1/Q2 Steuerleitungen für die *quality switches*; Erläuterungen hierzu siehe Abschnitt 2.4)

## 2 Particle Image Velocimetry

Man erkennt an den Formeln 2.1 und 2.2 im wesentlichen drei Dinge. Der Fehler, der durch den Dichteunterschied hervorgerufen wird, ist diesem direkt proportional und verschwindet natürlich bei gleicher Dichte. Je viskoser (zäher) die Flüssigkeit ist, desto weniger macht sich der Dichteunterschied bemerkbar – man denke an das Absinken einer Kugel in Wasser bzw. Öl. Am deutlichsten aber wirkt sich die Größe des Partikels aus. Der Geschwindigkeitsunterschied wächst quadratisch mit dem Durchmesser des Partikels; bei Verdoppelung der Partikelgröße vervierfacht sich der Geschwindigkeitsunterschied! Aus diesen Erkenntnissen lassen sich zwei Schlußfolgerungen ziehen. Da man auf die Viskosität nur in seltenen Fällen Einfluß nehmen kann (die Versuchsflüssigkeit ist meistens vorgegeben), ist es erstens anzustreben, die Partikel so auszuwählen, daß ihre Dichte der Fluidichte möglichst gut angepaßt ist. Bei Flüssigkeiten ist dies leichter zu erfüllen als bei Gasen. Ein 10 µm großer Öltröpfchen fällt z. B. in Luft (Dichteverhältnis 1000 : 1) mit einer Geschwindigkeit von 3 mm/s zu Boden, eine silberbeschichtete Glaskugel gleicher Größe sinkt in Wasser (Dichteverhältnis 1,4 : 1) nur mit einer Geschwindigkeit von 0,02 mm/s ab. Zweitens sollte man die Partikel so klein wie möglich wählen, um den quadratischen Einfluß des Durchmessers auf den Geschwindigkeitsunterschied möglichst gering zu halten.

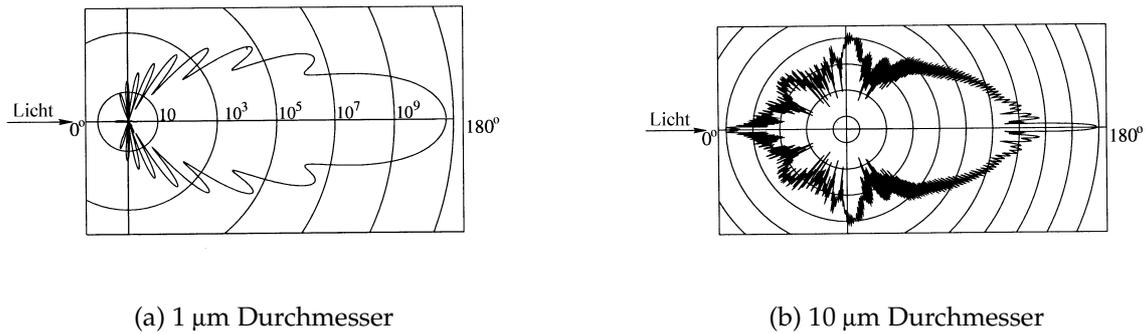
Von entscheidender Bedeutung ist die Menge des durch die Partikel reflektierten Lichtes. Die Intensität der Partikelbilder und damit der Kontrast der PIV-Aufnahmen, der für die Auswertung maßgeblich ist, hängt direkt von der Intensität des reflektierten Lichtes ab. Beeinflusst wird sie u. a. von dem Verhältnis der Brechzahlen der Partikel und des Fluids, der Größe der Partikel, ihrer Form und Lage sowie dem Beobachtungswinkel. Je größer das Brechzahlverhältnis nun ist, desto mehr Licht wird reflektiert – einen polierten Metallstab mit hoher Brechzahl wird man in Wasser getaucht gut erkennen, während ein Plexiglasstab mit niedrigerer Brechzahl in Wasser kaum noch zu erkennen ist. Da aber die Brechzahl von Wasser erheblich höher ist als die von Luft, ist die Intensität des Streulichtes in Luft mindestens eine Größenordnung höher als die gleicher Partikel in Wasser.

Für kugelförmige Körper, deren Durchmesser größer ist als die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, kann die Theorie für die Lichtstreuung nach MIE angewandt werden. Danach ist die Intensität des reflektierten Lichtes vom Beobachtungswinkel und von der Partikelgröße abhängig. An den Abbildungen 2.3 und 2.4 kann man erkennen, daß das meiste Licht nach vorne gestreut wird, während es im rechten Winkel zum einfallenden Licht um mehrere Größenordnungen schwächer ist – man beachte die logarithmische Darstellung der Intensität. Daher wäre es von Vorteil, die Partikelbilder im sogenannten *forward scattering mode* aufzuzeichnen.

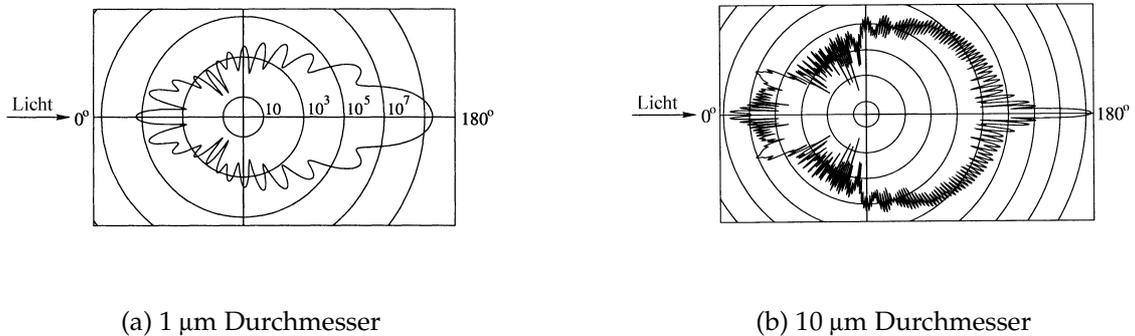
Aufgrund der geringen Schärfentiefe der Abbildungssysteme ist man aber meistens gezwungen, die Partikel so aufzunehmen, daß sie alle in einer zur Bildebene parallelen Ebene liegen. Dies führt zwangsläufig zu einer Streuung des Lichtes im rechten Winkel und damit zu einem erheblichen Verlust der Streulichtintensität.

Die Menge des reflektierten Lichtes wächst quadratisch mit der Partikelgröße, daher wären möglichst große Partikel wünschenswert, besonders um die schwächere

## 2 Particle Image Velocimetry



**Abbildung 2.3:** Lichtstreuung an verschieden großen Glaspartikeln in Wasser (nach [40])



**Abbildung 2.4:** Lichtstreuung an verschieden großen Öltröpfen in Luft (nach [40])

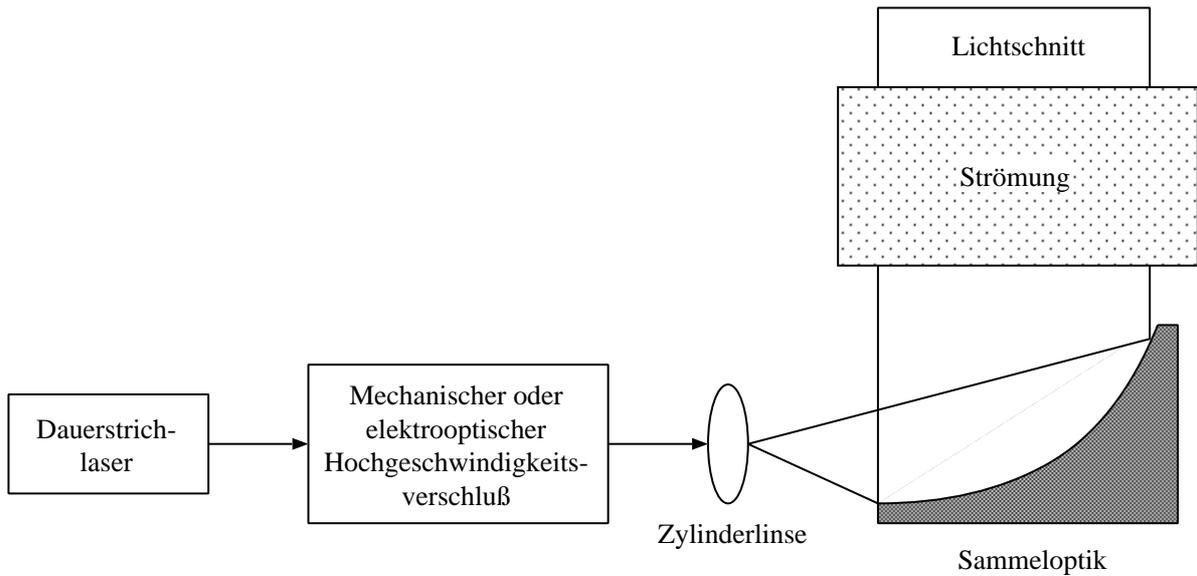
Streuung in Flüssigkeiten auszugleichen. Die Forderung nach großen Partikeln ist in Flüssigkeiten unproblematischer als in Gasen, da sich wie oben schon erwähnt die Dichten von Flüssigkeiten und Partikeln besser einander anpassen lassen. Es wird insgesamt aber deutlich, daß die Auswahl der Partikel ein Optimierungsprozeß ist, der einen Ausgleich zwischen hoher Lichtausbeute und geringem Geschwindigkeitsunterschied suchen muß. Für Messungen in Gasen hat sich – auch aus Kosten- und Gesundheitsgründen – heute Speiseöl in fein zerstäubter Form mit einem Durchmesser von ca. 1 µm bewährt. In Flüssigkeiten werden gerne Metall- oder Kunststoffpulver, (silberbeschichtete) hohle Glaskugeln oder Pflanzenpollen mit Durchmessern zwischen 10 µm und 50 µm verwendet.

## 2.4 Beleuchtung der Partikel

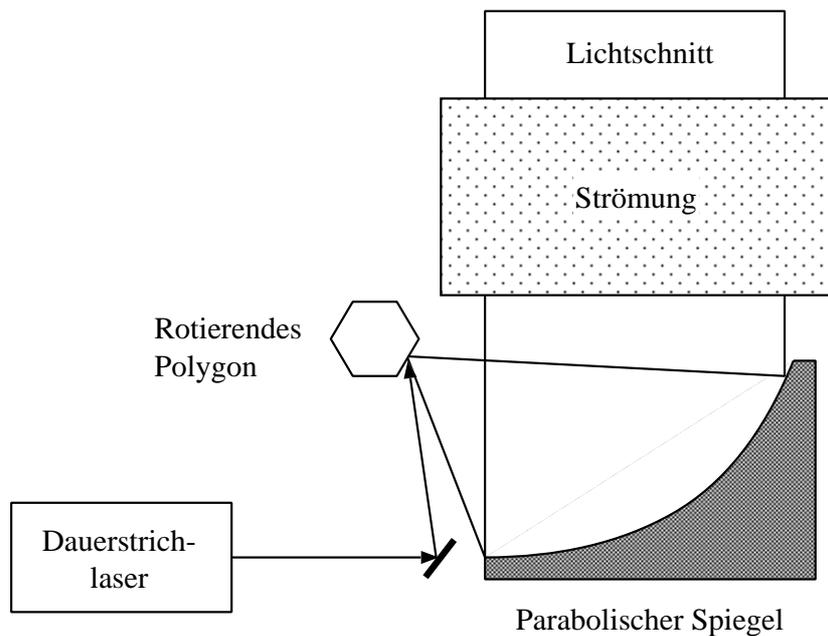
Die Menge des durch die Partikel reflektierten Lichtes ist für die erfolgreiche Auswertung der Aufnahmen außerordentlich wichtig. Daher sollte der Auswahl der Lichtquelle große Aufmerksamkeit gewidmet werden. Die Lichtquelle hat mehrere Anforderungen zu erfüllen. Zum einen muß sie so lichtstark sein, daß das reflektierte Licht das jeweilige Aufnahmemedium auch bei kurzen Belichtungszeiten hinreichend ausleuchten kann. Weiterhin soll sich das Licht durch geeignete Linsensysteme zu einem Lichtschnitt formen lassen, der eine gleichmäßige Intensität und senkrecht zu seiner Ebene nur eine geringe Dicke aufweist. Da für eine Messung zwei Belichtungen der Partikel erforderlich sind, ist insbesondere bei Strömungen mit hohen Geschwindigkeiten ein kurzer zeitlicher Abstand beider Belichtungen und eine kurze Dauer der Lichtpulse notwendig. Bei heutigen PIV-Systemen hat sich als Lichtquelle der Laser durchgesetzt, da er in besonderem Maße die eben genannten Anforderungen erfüllt. Auf Weißlichtquellen wie Xenonlampen, die zwar kostengünstig sind und ohne einschränkende Sicherheitsvorkehrungen betrieben werden können, soll hier nicht weiter eingegangen werden, da sie deutliche Nachteile gegenüber Lasern aufweisen und deshalb nur selten Verwendung finden.

Laserlicht zeichnet sich durch eine Reihe von Eigenschaften aus, die den Anforderungen der PIV sehr entgegenkommen. Es ist u. a. monochromatisch und sehr energiereich. Im Gegensatz zu Weißlicht, das aus einem Frequenzspektrum besteht, ist ein System, das monochromatisches Licht (Licht einer bestimmten Wellenlänge) verwendet, frei von Abbildungsfehlern, die dadurch entstehen, daß Licht unterschiedlicher Wellenlängen an Linsen in unterschiedliche Richtungen gebrochen wird. Auch läßt sich so die Empfindlichkeit des Aufnahmemediums, auf das die Partikel abgebildet werden, besser auf die Wellenlänge der Lichtquelle abstimmen. Festkörperlaser können Lichtpulse mit einer Energie von mehreren hundert Millijoule erzeugen. Dies entspricht bei einer Pulsdauer von wenigen Nanosekunden einer Leistung von mehreren Megawatt. Solch hohe Energiedichten sind mit keiner anderen Lichtquelle zu erreichen. Vor einigen Jahren waren noch häufig Gaslaser (z. B. Argon-Ionen-Laser) anzutreffen, da diese in der *Laser Doppler Velocimetry* (LDV) Verwendung finden. Als Dauerlaser mit bis zu 100 W Leistung erreichen sie aber bei weitem nicht die Energiedichte, wie sie besonders für Anwendungen in schnellen Gasströmungen (Aerodynamik) nötig ist. Zudem benötigt man hier besondere Vorrichtungen wie Hochgeschwindigkeitsverschlüsse im Strahlengang des Lasers oder Polygonscanner, um kurze Lichtpulse zu erzeugen (siehe Abbildungen 2.5 und 2.6). Alternativ können auch mit Hochgeschwindigkeitsverschlüssen ausgerüstete Kameras verwendet werden, um die Partikel trotz ihrer Bewegung als Punkte abzubilden.

Der am häufigsten benutzte Laser für PIV-Systeme ist heute der Nd:YAG-Laser (Neodym-YAG-Laser). Es handelt sich um einen Festkörperlaser, dessen laseraktives Medium Neodym-Ionen sind. Die Neodym-Ionen sind in einen Yttrium-Aluminium-Granat-Kristall eingebettet. Wegen der besonderen Struktur des Kristalls kann der



**Abbildung 2.5:** Erzeugung von Laserpulsen mit einem Hochgeschwindigkeitsverschluß: der Strahl eines Dauerstrichlasers wird entweder durch mechanische oder elektrooptische Modulation gepulst. Der gepulste Strahl wird dann durch eine Zylinderlinse aufgeweitet, um einen Lichtschnitt zu erzeugen. Dieser leuchtet dann die Strömung aus.



**Abbildung 2.6:** Erzeugung von Laserpulsen mit einem rotierenden Polygonspiegel: der Strahl eines Dauerstrichlasers wird auf einen rotierenden Polygonspiegel umgelenkt. Aufeinanderfolgende Flächen lenken ihn über einen Winkelbereich auf einen parabolischen Spiegel ab. Dadurch entsteht ein kollimierter, durch die Strömung fortschreitender Strahl (Pseudolichtschnitt).

## 2 Particle Image Velocimetry

Laser mit Weißlicht gepumpt werden und erreicht dadurch hohe Verstärkungsfaktoren. Die durch die Neodym-Ionen erzeugte Wellenlänge liegt mit 1064 nm im infraroten Bereich. Da Strahlung dieser Wellenlänge für den Menschen unsichtbar bleibt, ist der Umgang mit ihr extrem gefährlich. Daher wird mit einem Frequenzverdoppler eine Wellenlänge von 532 nm im sichtbaren grünen Bereich erzeugt. Die restliche Infrarotstrahlung wird im Inneren des Lasergehäuses absorbiert. Vorteilhaft ist weiterhin, daß die meisten Aufnahmemedien im grünen Bereich am sensitivsten sind und Justagearbeiten erheblich vereinfacht werden. Die mit diesem Laser erreichbare Pulsfrequenz liegt bei ca. 15 Hz. Da ein zeitlicher Abstand von 0,07 s zwischen zwei Belichtungen für fast alle Anwendungen zu lang ist, werden zwei Resonatoren in ein Gehäuse integriert und die beiden Strahlen über Prismen und Spiegel so kombiniert, daß ihre optischen Achsen zusammenfallen.

Anhand der Abbildung 2.7 wird der Strahlengang innerhalb des Lasers dargestellt: die beiden Laserstrahlen mit der fundamentalen Wellenlänge von 1064 nm werden zunächst überlagert, so daß sie eine gemeinsame optische Achse aufweisen. Beim Passieren des Verdopplungskristalls halbiert sich die Wellenlänge auf 532 nm. Dichroitische Spiegel trennen dann die beiden grünen Laserstrahlen vom restlichen infraroten Licht. Der Strahl des Lasers A definiert die gemeinsame optische Achse. Da er horizontal polarisiert ist, passiert er die Strahlzusammenführung, einen dielektrischen Polarisator (4), auf direktem Weg, wobei der Strahl A mit dem des zweiten Lasers kombiniert wird. Durch die Halbwellenplatte (1) erhält der Laserstrahl B mit der fundamentalen Wellenlänge von 1064 nm eine vertikale Polarisierung, so daß der dielektrische Polarisator (4) den Strahl B dem horizontal polarisierten Strahl A überlagert. Die Spiegel (2) und (3) optimieren hierbei die Strahllage. Die Viertelwellenplatte (5) polarisiert beide Strahlen zirkular; da sie nun die gleiche Polarisierung aufweisen, werden sie gleichartig durch den Verdopplungskristall (6) in die zweite Harmonische konvertiert. Ein Paar dichroitischer Spiegel (7) und (8) entfernt nun unkonvertierte Strahlung und steuert den vertikal polarisierten Ausgangsstrahl.

Das Vorhandensein von zwei Resonatoren ermöglicht es außerdem, die Lichtpulse völlig unabhängig voneinander auszulösen und somit extrem kurze Abstände zwischen ihnen zu wählen, wie es die Voraussetzung für das Erfassen von schnellen Strömungen ist. Das Auslösen der Laserpulse zum richtigen Zeitpunkt erfolgt mit den in Abbildung 2.2 dargestellten Steuerleitungen. Zuerst werden mit den Signalen B1 und B2 die Blitzlampen der beiden Laserröhren zeitversetzt aktiviert. Die dadurch zugeführte Pumpenergie löst den Laservorgang aus. Es erfolgt eine relativ langandauernde Abgabe des Laserlichtes (einige Millisekunden) mit einem ziemlich langsamen Anstieg und Abfall der Intensität. Dieser Primärpuls ist für die PIV nicht gut geeignet. Mit den Signalen Q1 und Q2 werden die *quality switches* angesteuert, die als optischer Schalter die gewünschten Nutzpulse von einigen Nanosekunden Dauer erzeugen. Durch die mehrfache Reflexion der Lichtwelle im Resonator hat der Nutzpuls eine deutlich höhere Intensität als der Primärpuls (siehe Abbildung 2.8).

## 2 Particle Image Velocimetry

Die einerseits erwünschte hohe Energiedichte macht es andererseits aber unmöglich, das Laserlicht über herkömmliche Glasfaserkabel, die für das Licht eines Dauerlasers ein geeignetes Transportmedium darstellen, an den Meßort zu bringen. Glasfaserkabel sind den hohen Energiedichten nicht gewachsen und würden im Dauerbetrieb zerstört werden. Man ist daher auf Spiegel und Linsen angewiesen, um den Lichtschnitt am gewünschten Meßort zu erzeugen. Spiegel dienen dabei der Umlenkung des Laserstrahles vom Austritt aus dem Laserkopf zum Meßort. Durch eine geeignete Anordnung verschiedener Linsen wird der Laserstrahl zu einer Ebene aufgefächert und im Meßbereich auf die erforderliche Dicke fokussiert. Der Laserkopf, die Spiegel und Linsen werden auf einer stabilen optischen Bank montiert und exakt zueinander ausgerichtet. Diese Vorgehensweise macht den Aufbau allerdings recht unflexibel, da für Messungen an einem anderen Ort die Komponenten wieder neu angeordnet und justiert werden müssen.

Es hat sich in vielen Anwendungsbereichen der Einsatz eines Lichtführungsarmes durchgesetzt (s. Abbildung 2.9). Dabei handelt es sich im wesentlichen um mehrere kreiszylindrische Rohre, die über Gelenke miteinander verbunden sind. In den Gelenken befinden sich Umlenkspiegel, die der Bewegung des Armes so folgen, daß der Laserstrahl unabhängig von der Orientierung des Armes im Raum konzentrisch durch die Rohre verläuft. Am Eintritt wird der Laserstrahl über einen Spiegel in den Arm eingekoppelt, am Austritt befinden sich ein Strahlaufweiter und eine Zylinderlinse, die den Lichtschnitt erzeugen. Neben der stark vereinfachten Positionierung des Lichtschnitts bietet der Lichtführungsarm den weiteren Vorteil, daß der Laserstrahl größtenteils – besonders wenn er noch gebündelt und damit lichtintensiv ist – abgeschirmt gegenüber der Umgebung verläuft. Dadurch vermindert sich die Gefahr der Schädigung der menschlichen Netzhaut durch Strahlen erheblich.

## 2 Particle Image Velocimetry

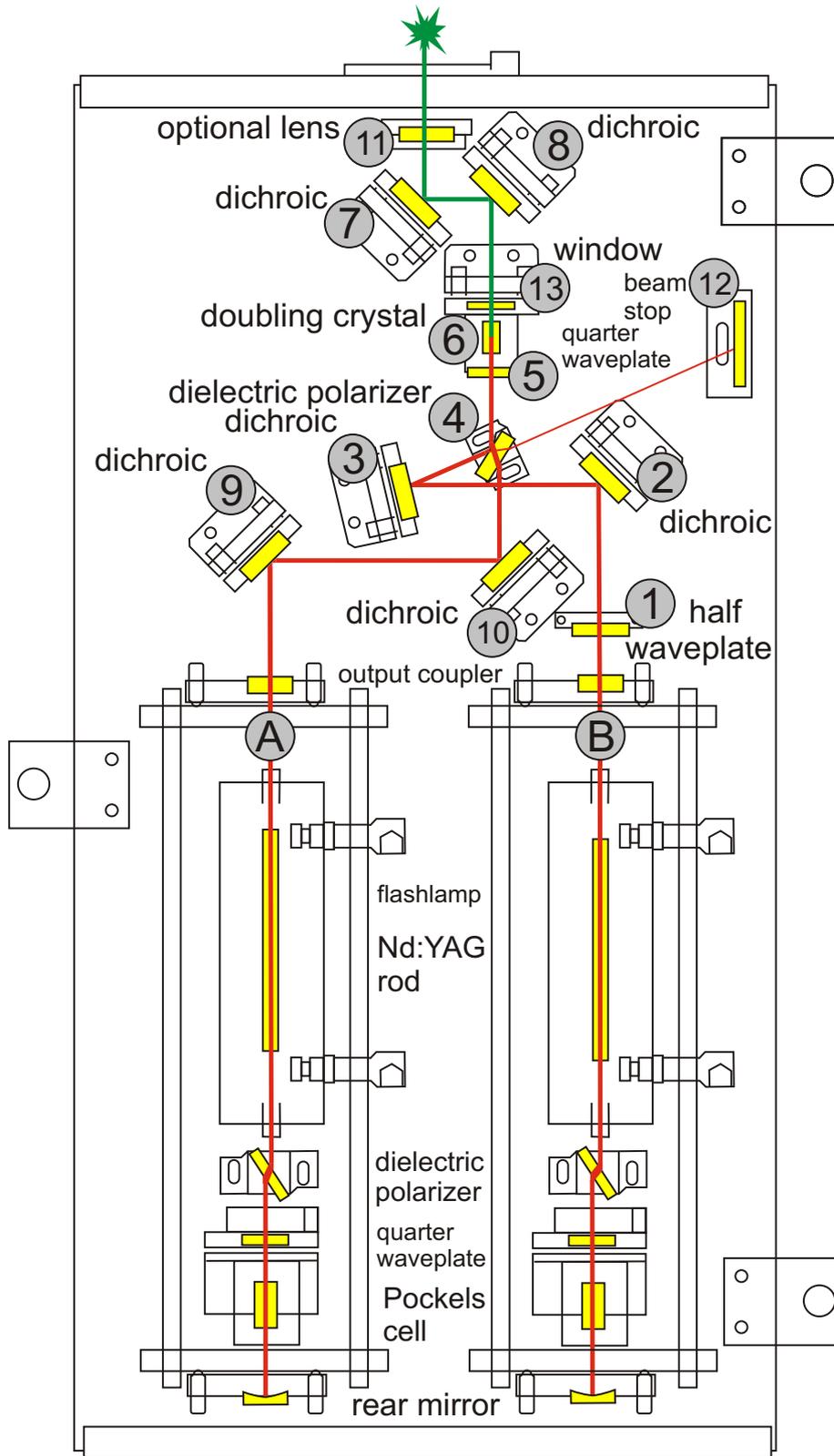


Abbildung 2.7: Optisches Layout eines Nd:YAG-Lasers

## 2 Particle Image Velocimetry

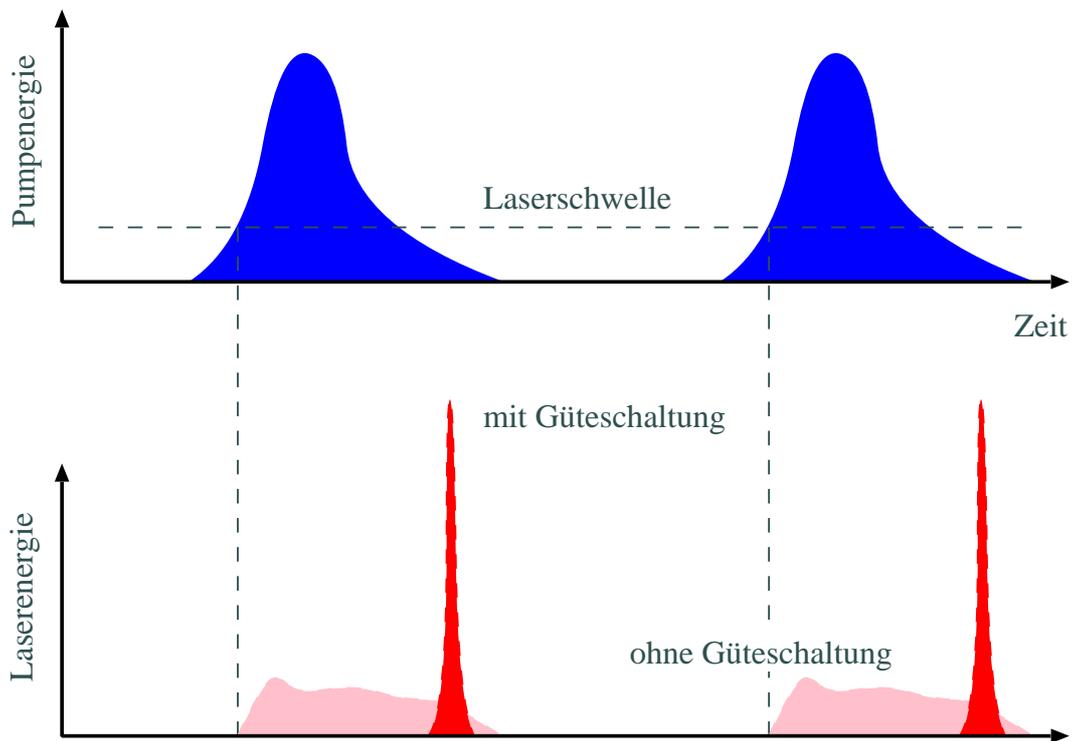


Abbildung 2.8: Energieabgabe eines Nd:YAG-Lasers

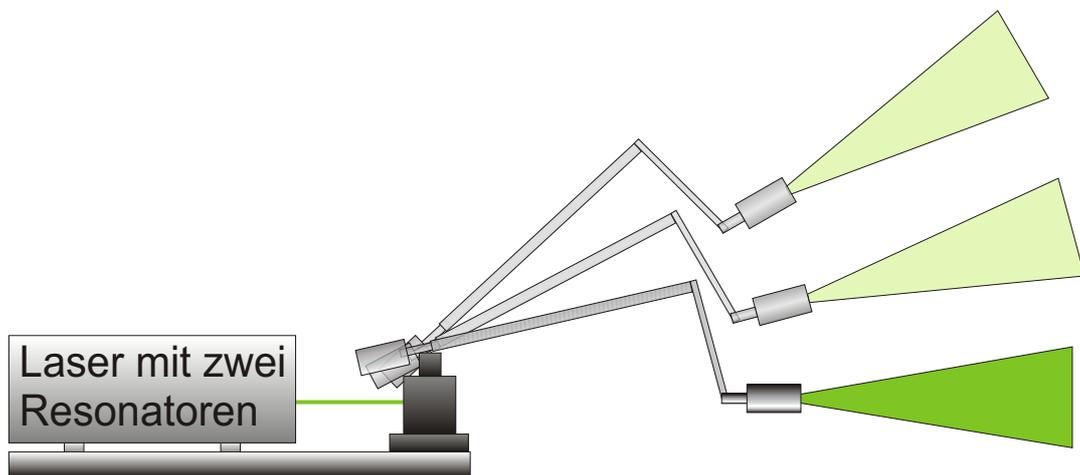


Abbildung 2.9: Lichtführungsarm und Laserkopf

## 2.5 Aufnahme des reflektierten Lichts

Der Aufnahme der Partikelbilder kommt bei der PIV eine Schlüsselrolle zu. Sie bildet die Grundlage der nachfolgenden Auswertung. Unzulänglichkeiten oder Ungenauigkeiten, die in diesem Schritt des Meßvorganges passieren, lassen sich nicht oder nur mit erheblichem Aufwand in ihren Auswirkungen begrenzen oder reduzieren. Zu Beginn der Entwicklung der PIV wurden die Partikel mit herkömmlichen Schwarzweiß-Negativfilmen im Mittel- oder Kleinbildformat aufgenommen. Im weiteren Verlauf der Entwicklung kamen Videokameras und Videorecorder als Aufnahme- und Speichermedium zur Anwendung. Heute haben sich in den meisten Bereichen Kameras durchgesetzt, die mit einem CCD-Chip (*Charge Coupled Device*) als dem lichtempfindlichen Bauteil ausgerüstet sind und die ihre Daten direkt an eine *Framegrabber*-Karte im PC weiterleiten.

Die Kombination aus Videokamera und Videorecorder hat sich aus mehreren Gründen, die hier nicht erläutert werden sollen, nicht durchsetzen können. CCD-Kameras hingegen bieten besonders im Hinblick auf die digitale Weiterverarbeitung der Bilder ideale Voraussetzungen für die Anwendung in der PIV. Bei ihnen wird das Bild auf einem CCD-Chip gespeichert, der typischerweise  $1000 \times 1000$  Elemente enthält. Diese CCD-Chips wandeln unter Ausnutzung des photoelektrischen Effektes Photonen in elektrische Ladung um (vgl. Abbildung 2.10). Eine kleine positive elektrische Spannung, die an ein Metallelektrodenraster angelegt wird, erzeugt ein elektrisches Feld in dem darunter befindlichen Halbleitermaterial. Es entsteht ein lokales Minimum der elektrischen Feldstärke im Zentrum des *Pixels* (Akronym für *picture element*). Ein Photon, das in die Trennzone zwischen p- und n-Lage eintritt, erzeugt durch den photoelektrischen Effekt ein Elektron-Loch-Paar. Das dabei erzeugte Elektron wandert in das lokale Minimum und wird dort gespeichert. So sammelt sich während der Belichtungsdauer im Pixel Ladung an, die am Ende des Belichtungsvorganges ausgelesen wird. Üblicherweise erhält man mit Standard-CCD-Chips auf diese Weise ein Bild mit  $M' \times N'$  (ca.  $1000 \times 1000$ ) Bildpunkten<sup>1</sup> und 8 Bit Graustufentiefe; dies entspricht einem Speicherbedarf von 1 Megabyte pro Bild. Kameras, die mit solchen CCD-Chips arbeiten, erreichen eine Einzelbildrate von 30 Hz. Die Bilder werden über eine *Framegrabber*-Karte direkt im Hauptspeicher (RAM) des PC abgelegt. Da man für eine Auswertung jeweils zwei Bilder benötigt, lassen sich Strömungen mit einer zeitlichen Auflösung von 15 Hz erfassen.

In einigen Spezialfällen werden aber auch heute noch herkömmliche Negativfilme eingesetzt, wenn es auf hohe räumliche Auflösung oder hohe Lichtempfindlichkeit ankommt. Denn das sind die Bereiche, in denen die Negativfilme den üblichen CCD-Kameras noch überlegen sind. Die entscheidenden Nachteile aber sind die lange Entwicklungszeit des Filmes und die Digitalisierung der Negative, die notwendig wird, wenn die Auswertung später mit Hilfe eines PC und nicht mit optischen Korrelatoren erfolgen soll. In jedem Fall aber vergehen mehrere Stunden, bevor man entscheiden

---

<sup>1</sup> Im weiteren wird die Schreibweise  $1000 \text{ px} \times 1000 \text{ px}$  verwendet.

## 2 Particle Image Velocimetry

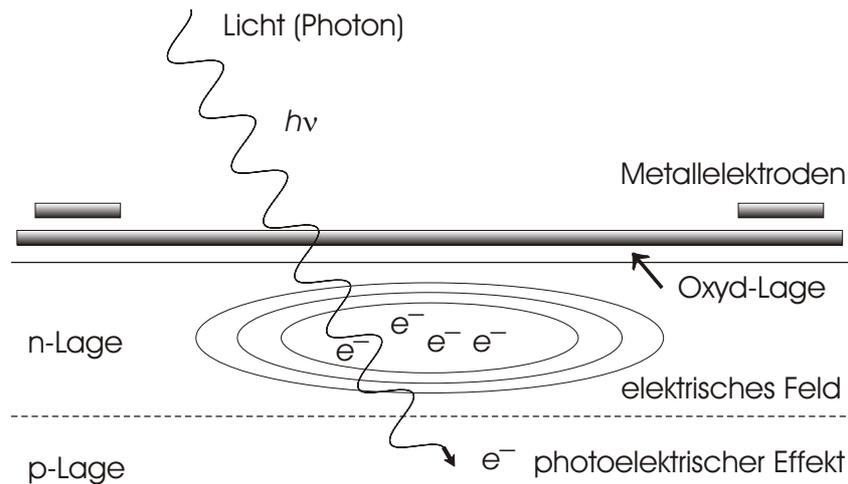


Abbildung 2.10: Zum photoelektrischen Effekt

kann, ob eine Messung erfolgreich war oder aber zum Beispiel aufgrund von unscharfen Bildern wiederholt werden muß. Ein weiterer Nachteil, dem man mit aufwendigen Methoden begegnen muß, ist, daß wegen der langsamen Verschlüsse der Fotokameras beide Belichtungen auf einem Negativ erfolgen müssen. Man kann also bei der Auswertung nicht mehr unterscheiden, welches Bild die erste und welches die zweite Belichtung darstellt. Als Folge davon bleibt unentschieden, in welche Richtung der Geschwindigkeitsvektor orientiert ist (Richtungsambiguität), wenn man a priori keine Kenntnisse über die Strömung besitzt oder die Strömung oszilliert. Ist höchste zeitliche Auflösung gefordert, kommen Hochgeschwindigkeitsfilmkameras (Trommelkameras) zum Einsatz, die eine Bildfrequenz von mehreren Kilohertz erreichen, allerdings zu Lasten der Negativgröße und damit der räumlichen Auflösung. Auch darf man nicht außer acht lassen, daß selbst ein gut einhundert Meter langer Film dann schon nach ca. zwei Sekunden verbraucht ist.

## 2.6 Bestimmung der Partikelverschiebung

Als Ausgangspunkt der Auswertung liegen zwei einzeln belichtete Bilder der Größe  $M' \times N'$  der Strömung vor: Bild 1 zum Zeitpunkt  $t_0$  und Bild 2 zum Zeitpunkt  $t_0 + \Delta t$ . Das Ziel ist nun, eine Approximation für das Verschiebungsfeld (d. h. eine räumliche Transformation) zu finden, die das erste Bild  $F(M,N)$  in das zweite Bild  $G(M,N)$  überführt. Der generische Lösungsansatz führt auf folgenden Algorithmus: das Bild 1 wird in viele Teilbilder  $f(i,j)$  gleicher, vorher festzulegender Größe – z. B.  $32 \text{ px} \times 32 \text{ px}$  – unterteilt. Im nächsten Schritt sucht man in Bild 2 das Teilbild  $g(k,l)$  gleicher Größe, das die höchste Übereinstimmung mit dem Teilbild aus Bild 1 aufweist. Der so bestimmte Ort  $(k,l)$  legt mit dem Ort  $(i,j)$  den lokalen Verschiebungsvektor  $(k - i, l - j)$  fest. Da man den zeitlichen Abstand zwischen den beiden Bildern

kennt, erhält man durch Division des Verschiebungsvektors durch die verstrichene Zeit den gesuchten lokalen Geschwindigkeitsvektor.

### 2.6.1 Kreuzkorrelation

In diesem Abschnitt erfolgt die Beschreibung der Vorgehensweise, die in den meisten kommerziellen und nicht-kommerziellen Programmen zur Bestimmung der Partikelverschiebung Anwendung findet. Oben wurde gesagt, daß in Bild 2 das Teilbild  $g(k,l)$  gesucht wird, das die höchste Übereinstimmung mit dem Teilbild aus Bild 1 aufweist. Sieht man sich die folgenden Formeln genauer an, stellt man fest, daß die Implementierung etwas anders vorgenommen wird. Das oben beschriebene Vorgehen würde letztlich erfordern, daß man das Teilbild aus Bild 1 mit allen theoretisch möglichen Teilbildern aus Bild 2 korreliert. Der entstehende Rechenaufwand wäre allerdings kaum noch zu bewältigen. Daher vergleicht (korreliert) man in der Praxis zwei Teilbilder miteinander, die am selben Ort im Gesamtbild liegen.

Als Standardmethoden zur Bestimmung der höchsten Übereinstimmung zwischen zwei Funktionen – hier den beiden Teilbildern – haben sich zwei Korrelationsverfahren etabliert. Liegen beide Belichtungen auf einem Bild vor, spricht man von Autokorrelation; erfolgen die beiden Belichtungen auf getrennten Bildern, spricht man von Kreuzkorrelation. Im weiteren wird ausführlich nur auf die Kreuzkorrelation eingegangen, da sie neben der Möglichkeit zur Richtungsbestimmung des Geschwindigkeitsvektors auch ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis (*Signal to Noise Ratio [SNR]*) aufweist. Bei Korrelationsverfahren handelt es sich um eine statistische Herangehensweise. Die kontinuierliche zweidimensionale Kreuzkorrelationsfunktion ist definiert als:

$$\Phi_{fg}(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \zeta) g(\xi + x, \zeta + y) d\xi d\zeta \quad (2.3)$$

Da digital aufgenommene Bilder nicht kontinuierlich, sondern als diskretes Signal vorliegen, schreibt man für die diskrete Kreuzkorrelationsfunktion:

$$\Phi_{fg}(m,n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(i,j) g(i + m, j + n) \quad (2.4)$$

Weiterhin haben die Bilder eine endliche Größe, daher werden die Summen endlich:

$$\Phi_{fg}(m,n) = \sum_i \sum_j f(i,j) g(i + m, j + n) \quad (2.5)$$

Über die hier fehlenden Summationsgrenzen wird an anderer Stelle ausführlich berichtet (siehe Abschnitt 6.3). Der Ort des Maximums der so definierten diskreten Kreuzkorrelationsfunktion zeigt nun den Verschiebungsvektor  $(m,n)$  an, für den die Übereinstimmung zwischen den Teilbildern am größten wird. Die diskrete Kreuzkorrelationsfunktion hat einige Eigenschaften, die nicht unerwähnt bleiben sollen:

- Sie ist natürlicherweise nur eine Näherung der wahren Korrelationsfunktion.
- $m$  und  $n$  können sowohl positiv als auch negativ sein und zeigen damit positive bzw. negative Verschiebungen in Bezug auf den Ort des betrachteten Teilbildes an.
- Die Kreuzkorrelationsfunktion liefert als Ergebnis nur lineare Verschiebungen, d.h. sie kann keine Rotation, Verzerrung oder Dehnung anzeigen. Sie ist also nur eine Näherung erster Ordnung des Verschiebungsvektors.
- Es besteht keine Notwendigkeit (und auch keine Möglichkeit), einzelne Partikel zu verfolgen. Vielmehr beruht die Kreuzkorrelation auf der Identifizierung ähnlicher Partikelmuster.
- Es wird über die Größe des Teilbildes gemittelt. Als Ergebnis erhält man also eine lokal gemittelte Schätzung des Geschwindigkeitsvektorfeldes. Dies bedeutet im übrigen, daß man die Teilbilder in ihrer Größe so wählen muß, daß die Geschwindigkeitsdifferenzen in ihnen hinreichend klein bleiben.

### Implementierung der Kreuzkorrelation

Die direkte Kreuzkorrelation nach Gleichung 2.5 erfordert für zwei Teilbilder der Größe  $i' \times j'$  pro Vektor  $2 i'^2 \times j'^2$  Operationen – für  $i' = j' = 32$  also  $2 * 10^6$  Operationen. Aufgrund dieses hohen Rechenaufwandes wird die Kreuzkorrelation numerisch fast ausnahmslos über die schnelle Fourier-Transformation (*Fast-Fourier-Transformation* – FFT) implementiert. Denn die direkte Kreuzkorrelation über der  $x$ - $y$ -Ebene läßt sich nach einer FFT der beiden Teilbilder durch eine komplex konjugierte Multiplikation im Frequenzraum und eine inverse FFT des Ergebnisses darstellen. Diese Identität zwischen Kreuzkorrelation und konjugiert komplexer Multiplikation im Frequenzraum gilt allerdings nur für die nach Gleichung 2.3 über einem unendlich ausgedehnten Grundgebiet definierte Korrelationsfunktion. Die negativen Folgen der Anwendung der FFT auf endliche Grundgebiete wird in Abschnitt 6 detailliert dargestellt. Dort wird auch eine optimierte Implementierung der direkten Kreuzkorrelation vorgestellt.

### Veranschaulichung der Kreuzkorrelation

Die sehr abstrakten Formeln sollen anhand der Abbildung 2.11 veranschaulicht werden. Es handelt sich um synthetische Teilbilder von Partikeln. Hierbei werden als Helligkeitswerte nur 0 und 1 zugelassen, d.h. es handelt sich um Binärbilder (Schwarz-Weiß-Bilder). Die Größe der Partikel beträgt genau ein Pixel. Daher sind die Partikel in den Abbildungen 2.11(a) und 2.11(b) als *Peaks* zu erkennen. Im ersten Teilbild sind 14 Partikel vorhanden, die zufällig verteilt sind. Es wird idealerweise angenommen, daß sich die Position der Partikel zueinander vom ersten zum zweiten Teilbild nicht verändert, d.h. es gibt keinen Geschwindigkeitsgradienten. Nur die absolute Position der Partikelgruppe in der  $x$ - $y$ -Ebene ändert sich. Außerdem sind im zweiten Teil-

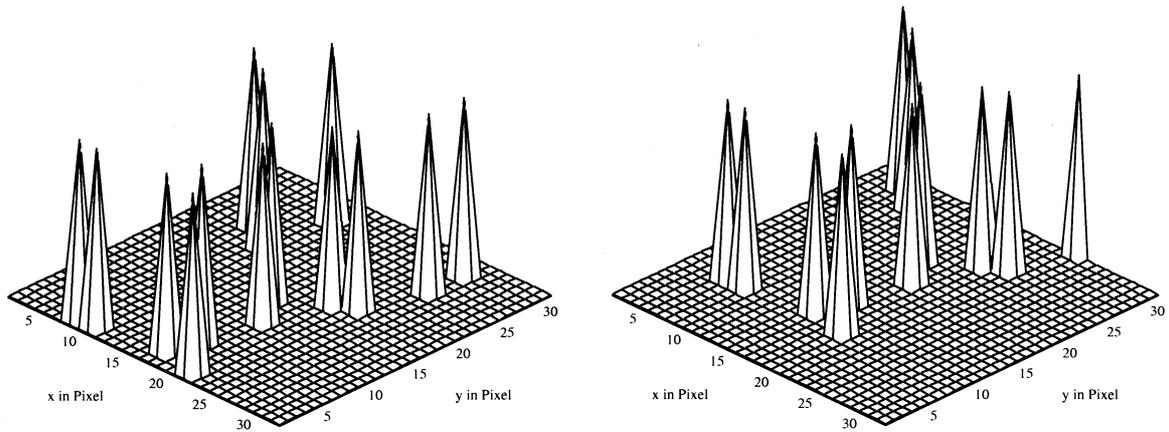
## 2 Particle Image Velocimetry

bild nur noch 12 Partikel vorhanden, zwei Partikel sind also aus dem betrachteten Bereich herausgewandert. Es ist zu erkennen, daß die Partikelgruppe sich um  $-2$  in  $x$ -Richtung und um  $7$  in  $y$ -Richtung verschiebt.

Die Abbildungen 2.12(a) und 2.12(b) zeigen über der  $x$ - $y$ -Ebene die Graustufenverteilung zweier Partikelbilder, die im Abstand von  $32$  ms während eines Experiments aufgenommen wurden. Je heller der Pixel ist, desto höher ist auch der Graustufenwert; Partikel werden demzufolge als lokale Maxima dargestellt. Man erkennt im linken Teilbild bei  $(1,5)$  und bei  $(25,20)$  Maxima, die im zweiten Teilbild bei  $(6,5)$  und bei  $(30,20)$  wiederzufinden sind. Daraus läßt sich die gesuchte Verschiebung zu  $(5,0)$  schätzen.

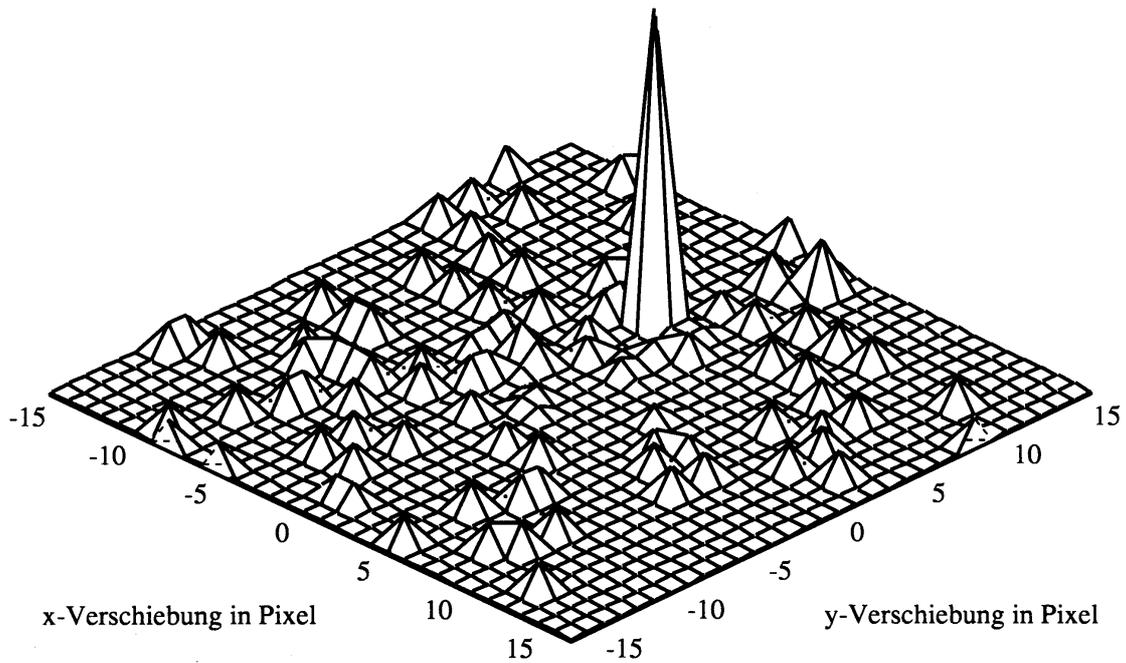
Abbildung 2.12(c) zeigt ebenfalls über der  $x$ - $y$ -Ebene die aus diesen beiden Teilbildern gewonnene Kreuzkorrelation. Der höchste Wert liegt ungefähr bei  $(5,0)$ ; die mathematische Auswertung ergibt eine Verschiebung von  $(4.9,0.1)$ , wobei die Sub-Pixel-Auflösung mit Algorithmen zur genauen Lokalisation des Maximums unter Verwendung der Form des Maximums erreicht wird (siehe Abschnitt 2.6.4).

## 2 Particle Image Velocimetry



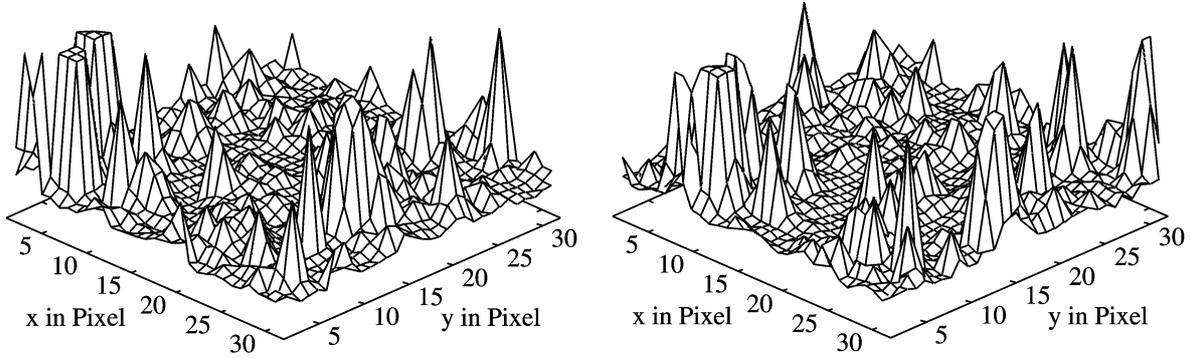
(a)  $f(i,j)$

(b)  $g(i,j)$



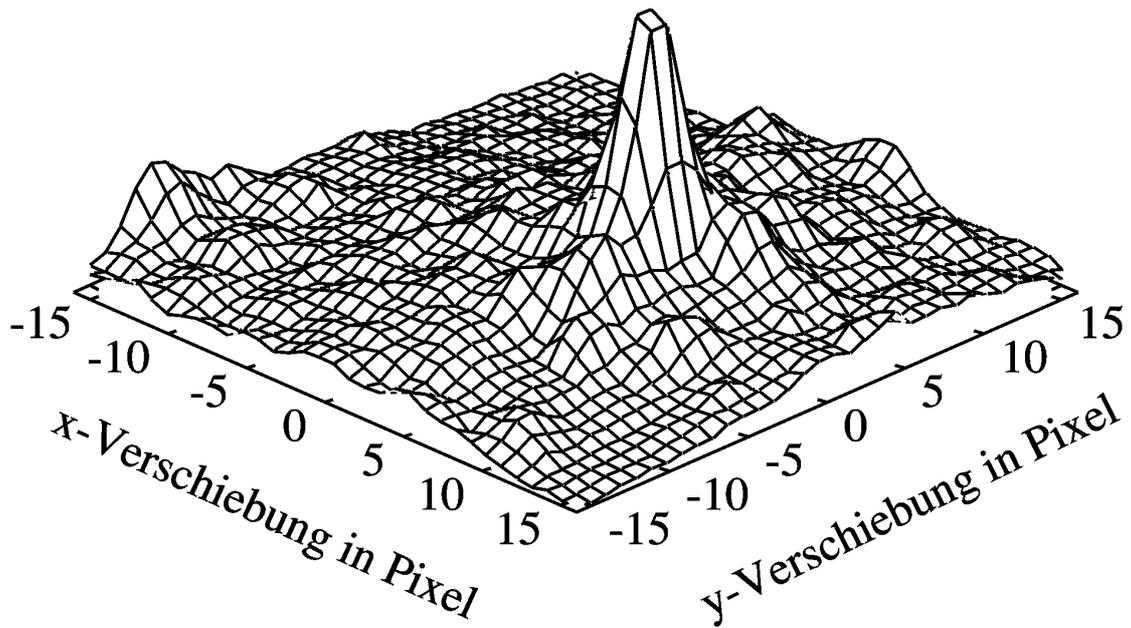
(c) Aus den Teilbildern  $f(i,j)$  und  $g(i,j)$  berechnete Kreuzkorrelation

**Abbildung 2.11:** Synthetische Teilbilder und Kreuzkorrelation



(a)  $f(i,j)$

(b)  $g(i,j)$

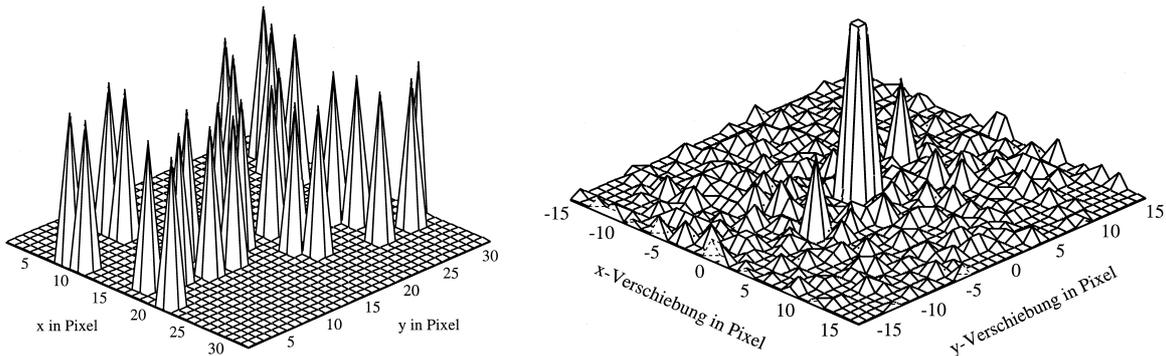


(c) Aus den Teilbildern  $f(i,j)$  und  $g(i,j)$  berechnete Kreuzkorrelation

**Abbildung 2.12:** Reale Teilbilder und Kreuzkorrelation

## 2.6.2 Autokorrelation

Obwohl die Autokorrelation weit weniger häufig angewendet wird als die Kreuzkorrelation, sollen doch an dieser Stelle die beiden weiter oben beschriebenen Nachteile der Richtungsambiguität und des niedrigen Signal-Rausch-Verhältnisses veranschaulicht werden. Abbildung 2.13(a) ist aus einer logischen *oder*-Verknüpfung der beiden Teilbilder aus den Abbildungen 2.11(a) und 2.11(b) entstanden. In diesem Fall ist es schon sehr schwierig, die zusammengehörigen Partikel zu identifizieren und daraus deren Verschiebung abzuleiten. Wendet man aber darauf die Autokorrelation an, sieht das Ergebnis in der Korrelationsebene wie in Abbildung 2.13(b) aus: auffällig ist zuerst der dominante Peak bei (0,0); es ist der sogenannte *Autokorrelationspeak*. Er ist bei der Autokorrelation prinzipiell immer vorhanden und kommt durch die Korrelation des nicht verschobenen Bildes mit sich selbst zustande. Symmetrisch zu ihm angeordnet finden sich die beiden Peaks, die die gesuchte Verschiebung anzeigen. Hier erkennt man auf anschauliche Weise, wie die Richtungsambiguität entsteht. Weiterhin wird deutlich, daß das Signal-Rausch-Verhältnis kleiner wird, da einerseits das Rauschen gegenüber der Kreuzkorrelation zunimmt und andererseits die (relative) Höhe der beiden Nutzpeaks abnimmt.

(a)  $f(i,j) + g(i,j)$ (b) Aus  $f(i,j) + g(i,j)$  berechnete Autokorrelation

**Abbildung 2.13:** Synthetisches Teilbild und Autokorrelation

Unter den hier idealisierten Bedingungen haben beide Nutzpeaks die gleiche Höhe. Bei realen Bildern hingegen wird einer der beiden höher sein als der andere. Die Bestimmung der Verschiebung ist daher aus mehreren Gründen schwieriger als bei der Kreuzkorrelation. Es reicht nicht mehr aus, nach dem absoluten Maximum in der Korrelationsebene zu suchen, sondern man muß die beiden nächstkleineren lokalen Maxima lokalisieren. Darüber hinaus ist es notwendig, sich für eines der beiden Nebenmaxima zu entscheiden. Ist in der Strömung eine Komponente vorhanden, die überall dasselbe Vorzeichen aufweist, kann diese als Entscheidungskriterium dienen.

Ist dies aber nicht der Fall, muß man sich beide Verschiebungen merken und z. B. durch den Vergleich mit benachbarten Regionen eine konsistente Lösung erzeugen.

### 2.6.3 Einflüsse auf das Meßergebnis

#### In-plane-loss-of-pairs

Da man die Kreuzkorrelationsfunktion auf endlichen Grundgebieten bildet, verlassen einzelne Partikel zwischen den beiden Belichtungen das Teilbild und andere kommen hinzu. Dieser sogenannte *in-plane-loss-of-pairs* verringert die Größe des Korrelationsmaximums bzw. erhöht das Hintergrundrauschen, da Partikel korreliert werden, die nicht in beiden Teilbildern vorkommen. Man muß daher die Größe der Teilbilder (*interrogation areas*) an die Strömungsgeschwindigkeit anpassen.<sup>2</sup> Als Faustregel gilt, daß die maximale Verschiebung innerhalb eines Teilbildes ein Viertel der Teilbildgröße nicht überschreiten soll.

#### Out-of-plane-loss-of-pairs

Im Gegensatz zum *in-plane-loss-of-pairs* erzeugt eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Ebene des Lichtschnittes den sogenannten *out-of-plane-loss-of-pairs*. Dieser kommt dadurch zustande, daß Partikel aus dem Lichtschnitt herauswandern und neue Partikel in ihn eintreten. Auch dies führt aus den oben erläuterten Gründen zu einer Verringerung der Größe des Korrelationsmaximums. Hier muß man also die Lichtschnittdicke und die Dauer zwischen den Belichtungen an das Verhältnis zwischen den Geschwindigkeitskomponenten innerhalb und senkrecht zum Lichtschnitt anpassen. Auch hier gilt analog als Faustregel, daß die Verschiebung senkrecht zum Lichtschnitt maximal ein Viertel der Lichtschnittdicke betragen sollte.

#### Velocity bias

Treten in der Strömung starke Geschwindigkeitsgradienten auf, kann man einen weiteren Effekt – den sogenannten *velocity bias* – beobachten. Er kommt dadurch zustande, daß die beiden Teilbilder weniger schnelle als langsame Partikel enthalten. Im ungünstigsten Fall erscheint ein schneller Partikel noch nicht auf dem ersten Teilbild und nicht mehr auf dem zweiten Teilbild und trägt so nicht zur Korrelation bei. Ein langsames oder ruhendes Partikel wird hingegen auf beiden Teilbildern zu sehen sein. Insgesamt wird so der lokale Mittelwert der Geschwindigkeit zu kleineren Werten verschoben. Man muß also die Teilbildgröße so wählen, daß die auftretenden Unterschiede der Partikelgeschwindigkeiten klein bleiben (ca. 3 – 5%). Mit geeigneten Algorithmen läßt sich der *velocity bias* aber auch komplett eliminieren.

---

<sup>2</sup> Genaugenommen muß die Anpassung an die Verschiebung der Partikelbilder auf dem CCD-Chip erfolgen.

### 2.6.4 Lokalisation des Korrelationsmaximums

Da man die Korrelationsfunktion nur als diskrete Verteilung über dem Pixel-Gitter erhält, läßt sich die Verschiebung nicht genauer als ein Pixel bestimmen. Will man die Verschiebung und damit die Geschwindigkeit genauer ermitteln, kann man die Form des Korrelationsmaximums zu Hilfe nehmen. Dies setzt voraus, daß man Annahmen über die Form des Korrelationsmaximums trifft. Eingesetzt werden der parabolische Fit und der Gauß-Fit (Drei-Punkt-Schätzer). Für beide Fit-Funktionen benötigt man die beiden Nachbarwerte des Korrelationsmaximums. Mit drei Stützstellen wird eine Fit-Funktion und ihr Maximum bestimmt, dessen Ort als tatsächliche Verschiebung betrachtet wird (vgl. Abbildung 2.14). Diese Anpassung des diskret vorliegenden Korrelationsmaximums wird in beiden Raumrichtungen getrennt vorgenommen (siehe Gleichungen 2.6 und 2.7). Man beachte aber, daß das Ergebnis von der gewählten Fit-Funktion abhängt.

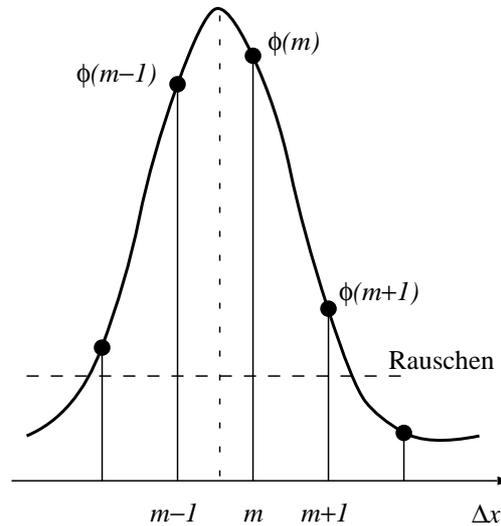


Abbildung 2.14: Zur Lokalisation des Korrelationsmaximums

Parabolische Fit-Funktion  $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$x_0 = m + \frac{\Phi(m-1, n) - \Phi(m+1, n)}{2\Phi(m-1, n) - 4\Phi(m, n) + 2\Phi(m+1, n)} \quad (2.6)$$

$$y_0 = n + \frac{\Phi(m, n-1) - \Phi(m, n+1)}{2\Phi(m, n-1) - 4\Phi(m, n) + 2\Phi(m, n+1)}$$

$$\begin{aligned} \text{Gaußförmige Fit-Funktion} \quad f(x) &= c \exp \left[ \frac{-(x_0 - x)^2}{k} \right] \\ x_0 &= m + \frac{\ln \Phi(m-1, n) - \ln \Phi(m+1, n)}{2 \ln \Phi(m-1, n) - 4 \ln \Phi(m, n) + 2 \ln \Phi(m+1, n)} \\ y_0 &= n + \frac{\ln \Phi(m, n-1) - \ln \Phi(m, n+1)}{2 \ln \Phi(m, n-1) - 4 \ln \Phi(m, n) + 2 \ln \Phi(m, n+1)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Möglich ist auch ein *least-square Fit* einer zweidimensionalen gaußförmigen Funktion an die neun Punkte, die das Korrelationsmaximum bilden:

$$\chi^2(x_0, y_0, \Phi_0, \sigma) = \sum_{m,n=-1}^1 \left( \Phi(m, n) - \Phi_0 \exp \left[ -\frac{(m-x_0)^2 + (n-y_0)^2}{2\sigma^2} \right] \right)^2 \quad (2.8)$$

In den Formeln 2.6, 2.7 und 2.8 sind  $x_0$  und  $y_0$  die Koordinaten des Maximums der jeweiligen Fit-Funktion,  $\Phi_0$  ist das Maximum des *least-square Fits* und  $\sigma$  ist die Standardabweichung der neun Korrelationswerte.

Untersuchungen von MARXEN ET AL. in [27] haben ergeben, daß für die beiden oben beschriebenen gaußförmigen Fit-Funktionen die erreichbare Genauigkeit bei 0,03 px liegt. Der Rechenaufwand für den *least-square Fit* liegt allerdings einhundertmal höher. Daher empfehlen die Autoren die Verwendung des gaußförmigen Drei-Punkt-Schätzers. Der parabolische Fit wurde von ihnen nicht untersucht. In Kapitel 6 wird gezeigt, daß der parabolische Fit dem gaußförmigen Fit unterlegen ist. Die Begründung sei an dieser Stelle schon vorweggenommen: Die Optik liefert die Erkenntnis, daß die Intensitätsverteilung des Streulichtes an kleinen Partikeln einer Gaußglocke gleicht. Diese Voraussage wird auch durch Experimente bestätigt. Bei der Kreuzkorrelation werden nun zwei Intensitätsverteilungen miteinander multipliziert. Das Produkt zweier Exponentialfunktionen ist wiederum eine Exponentialfunktion. Dies rechtfertigt die Annahme einer gaußförmigen Verteilung der Korrelationswerte und damit die Anwendung einer gaußförmigen Fit-Funktion.

### Peak locking

Das Phänomen, das sich in einem Histogramm der berechneten Geschwindigkeitskomponenten als Häufung ganzzahliger Werte darstellt, nennt man *peak locking*. Im allgemeinen wird es als eine Folge zu kleiner Partikelbilder angesehen.<sup>3</sup> Werden die Partikelbilder kleiner als zwei Pixel, läßt sich die Position des Partikels nur noch auf  $\pm 1$  Pixel bestimmen und auch der Ort des Korrelationsmaximums kann nicht mehr

<sup>3</sup> In Abschnitt 6 wird dargelegt, daß das *peak locking* nicht allein auf zu kleine Partikelbilder zurückgeführt werden kann, sondern auch eine Folge der Verwendung der FFT ist.

genauer als auf ein Pixel bestimmt werden, da die oben beschriebenen Drei-Punkt-Schätzer ein über mehrere Pixel ausgedehntes Korrelationsmaximum voraussetzen. Es hat sich für die Auswertung als optimal erwiesen, wenn die Durchmesser der Partikelbilder sich über zwei bis drei Pixel erstrecken. Beeinflusst werden kann dies durch den Abbildungsmaßstab der Optik, den Durchmesser der verwendeten Partikel und den Aufnahmeabstand.<sup>4</sup>

### 2.7 Weiterverarbeitung der Meßdaten

Als Ergebnis des zuvor beschriebenen Auswertungsprozesses erhält man aus einem Bild von  $1000 \text{ px} \times 1000 \text{ px}$  bei einer Teilbildgröße von  $32 \text{ px} \times 32 \text{ px}$  und einer Überlappung der Teilbilder von 50% eine *vector map* mit ca. 3900 Geschwindigkeitsvektoren. Es ist allerdings unvermeidlich, daß an einigen Stellen Vektoren fehlen oder fehlerhaft sind, d. h. in Betrag und/oder Richtung offensichtlich stark von den benachbarten Vektoren abweichen. Dies kann mehrere Ursachen haben, z. B. eine zu niedrige Partikelkonzentration oder das Auswandern von Partikeln aus dem Lichtschnitt und/oder den Teilbildern zwischen den beiden Aufnahmen. All das hat zur Folge, daß die Stärke des Korrelationssignals bezogen auf das umgebende Rauschen und andere lokale Maxima in der Korrelationsebene abnimmt und ggf. nicht mehr sicher erkannt werden kann.

Man verwendet daher Algorithmen, die anhand festgelegter Kriterien fehlerhafte Vektoren auffinden, markieren oder eliminieren. Geeignete Kriterien können z. B. das Signal-Rausch-Verhältnis, die Abweichung vom lokalen Median oder eine Obergrenze für den Geschwindigkeitsbetrag sein. Für Einzelheiten sei auf die Literatur verwiesen (siehe z. B. [18], [54], [16] und [15]). Fehlen im Feld Vektoren, ist es je nach weiterer Verwendung der Daten nötig, solche Lücken durch lokale lineare oder quadratische Interpolation zu schließen. Insbesondere wenn die Daten für die Bestimmung des Geschwindigkeitsgradiententensors numerisch differenziert werden müssen, kann es sinnvoll sein, sie darüber hinaus zu glätten, da numerische Differentiation zu einer Aufrauhung des Signals führt.

Anschließend müssen die Daten, die gerade bei instationären Strömungen schnell einen unüberschaubaren Umfang annehmen und als Zahlenkolonnen nur schwer zu interpretieren sind, grafisch dargestellt werden.

---

<sup>4</sup> Der Effekt des *peak locking* wird detailliert in [56] und [40] erläutert.

## 2.8 Zusammenfassung

Die Particle Image Velocimetry hat sich in vielen Bereichen der Strömungsmesstechnik als wertvolles Meßverfahren etabliert. Ihr großer Vorteil ist die Möglichkeit, das Geschwindigkeitsfeld innerhalb einiger Millisekunden in einer ganzen Ebene erfassen zu können. Mit der Verfügbarkeit von leistungsfähigen Lasern, CCD-Kameras und PCs ist man nunmehr auch in der Lage, den zeitlichen Verlauf von instationären Strömungen zu verfolgen. Dies bedeutet einen großen Fortschritt gegenüber herkömmlichen Punktmeßverfahren wie der im nächsten Kapitel beschriebenen LDV.

Es ist zu erwarten, daß die PIV in vielen Gebieten neue Erkenntnisse liefern wird, die sich bisher einer Betrachtung entzogen haben. Besonders bei instationären Prozessen – wie z. B. der Kraftstoffeinspritzung und -verbrennung oder dem Flammstrahlen – könnten die neuen Einblicke erhebliche Optimierungsmöglichkeiten bieten.

Eine Darstellung und Diskussion der Vor- und Nachteile der PIV folgt in Kapitel 4. Dort wird sie auch der LDV gegenübergestellt und darauf aufbauend dann ein abschließender Vergleich gezogen.

# 3 Laser Doppler Velocimetry

**Inhalt des Kapitels** Dieses Kapitel stellt die Grundlagen der Laser Doppler Velocimetry (LDV) dar, soweit sie zum Verständnis der Meßtechnik und zu ihrer Würdigung notwendig erscheinen. Für ein tieferes Verständnis sei auf weiterführende Literatur wie z. B. [7], [11] und [44] verwiesen. An dieser Stelle wird auf den Dopplereffekt im allgemeinen und seine Ausnutzung für die LDV im besonderen eingegangen. Von den möglichen Realisierungen eines LDV-Systems wird nur das für diese Arbeit verwendete Zweistrahl-System vorgestellt. Die Signalwandlung und eine Möglichkeit zur Richtungsbestimmung werden erläutert. Abschließend wird der Aufbau eines Systems für dreidimensionale Messungen skizziert.

## 3.1 Einleitung

Das LDV-System ist ein modernes, optisch arbeitendes Strömungsmeßsystem zur Geschwindigkeitsmessung, das 1964 erstmals von YEH und CUMMINS beschrieben wurde [63]. Seine Vorteile, auf die später eingegangen wird, haben in den letzten 30 Jahren zu einer weiten Verbreitung im Forschungsbereich und besonders in der Luftfahrt- und der Kfz-Industrie geführt.

Vielfach findet sich auch die Bezeichnung Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) in der Literatur. Sie leitet sich von dem griechischen Wort *anemos* für Wind ab und deutet damit auch auf ihren häufigen Einsatzbereich in Gasströmungen hin. Hier wird die allgemeinere Bezeichnung LDV, die zunehmend anzutreffen ist, verwendet, da die Meßtechnik auch für Messungen in Flüssigkeiten geeignet ist.

Das Prinzip eines LDV-Systems ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Mit einem Laser wird Licht ganz bestimmter Wellenlänge erzeugt. Innerhalb der Strömung kommt es zu einer Wechselwirkung des Lichtes mit im Fluid befindlichen Streupartikeln. Eine Auswertung der nun aufgrund des Dopplereffektes veränderten Wellenlänge liefert die Geschwindigkeit der Partikel.

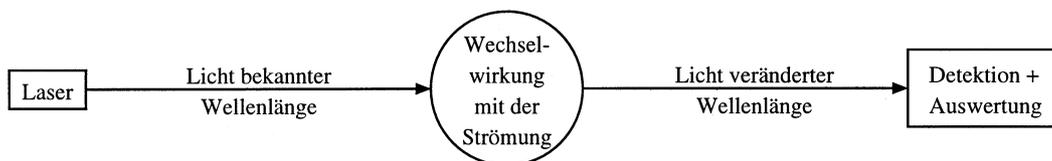


Abbildung 3.1: Prinzipieller Aufbau eines LDVs

## 3.2 Dopplereffekt

Der Dopplereffekt beschreibt die Frequenzverschiebung, die ein ruhender Empfänger aufgrund eines bewegten Senders registriert. Gemäß Abbildung 3.2 bewegt sich der Sender mit der Geschwindigkeit  $v_S$  und sendet dabei Licht der Frequenz  $f_0$  aus. Der Empfänger ruht und empfängt aufgrund der Dopplerverschiebung die Frequenz

$$f_E = \frac{f_0}{1 - \frac{\mathbf{v}_S \cdot \mathbf{e}_S}{c}} \quad (3.1)$$

Hierbei stellt  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im strömenden Fluid dar. Deutlich wird an dieser Stelle, daß die dopplerverschobene Frequenz dieselbe Größenordnung aufweist wie die vom Sender ausgestrahlte Frequenz. Das Verhältnis zwischen den beiden Frequenzen wird im wesentlichen durch das Verhältnis zwischen der Sendergeschwindigkeit und der Lichtgeschwindigkeit bestimmt. Wenn sich der Sender mit einer der Schallgeschwindigkeit von 330 m/s entsprechenden Geschwindigkeit auf den Empfänger zubewegt, beträgt das Verhältnis  $f_0/f_E = 0,9999989$ .

Die Entwicklung der rechten Seite der Gleichung 3.1 in eine Potenzreihe liefert unter Vernachlässigung der quadratischen Terme

$$f_E \approx f_0 + f_0 \frac{\mathbf{v}_S \cdot \mathbf{e}_S}{c}$$

Der Abbruch der Reihenentwicklung ist zulässig, da bei üblichen Anwendungen die Sendergeschwindigkeit klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit bleibt:  $|\mathbf{v}_S|/c \ll 1$ . Für den Fall, daß die Quelle ruht, ergibt sich natürlich, daß der Empfänger dieselbe Frequenz registriert, die der Sender ausstrahlt:  $f_E = f_0$ .

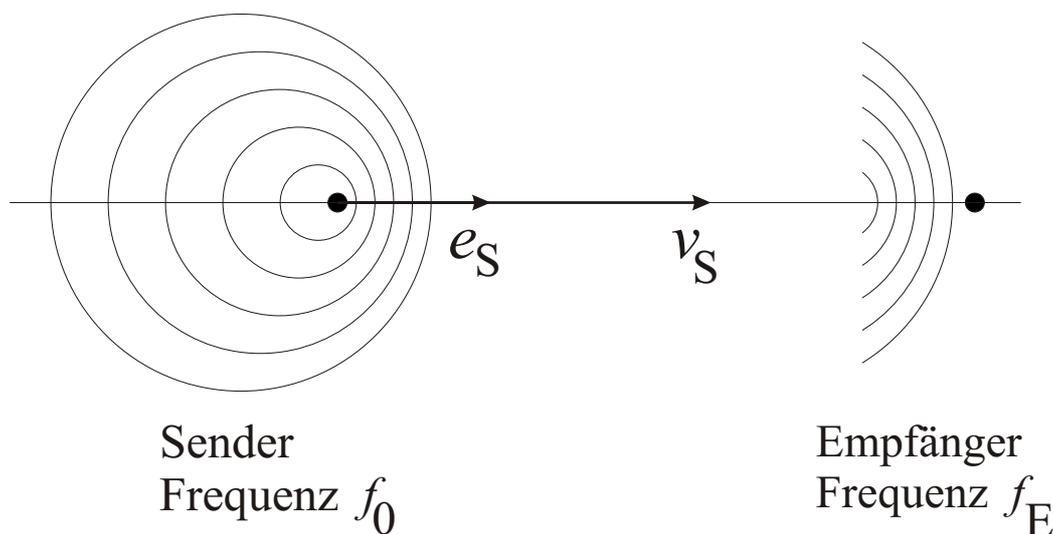


Abbildung 3.2: Eindimensionaler Dopplereffekt

### 3.2.1 Dopplereffekt beim LDV

Die Anwendung des Dopplereffekts bei der LDV setzt das Vorhandensein von Streupartikeln im Fluid voraus. Diese fungieren sowohl als Empfänger als auch als Sender. Der Dopplereffekt tritt also zweimal auf. Nach Abbildung 3.3 ergeben sich für die Frequenz am Streupartikel und die Empfängerfrequenz folgende Formeln:

$$f_P = f_0 \left( 1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_s}{c} \right) \quad \text{und} \quad f_E = \frac{f_P}{1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_r}{c}}$$

Durch Elimination der nicht weiter interessierenden Frequenz  $f_P$ , die am Streupartikel detektiert werden kann, ergibt sich für den Zusammenhang zwischen Empfängerfrequenz und Ausgangsfrequenz:

$$f_E = f_0 \frac{1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_s}{c}}{1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_r}{c}}$$

Die Reihenentwicklung von  $f_E$  unter Berücksichtigung von  $|\mathbf{v}|/c \ll 1$  liefert hier:

$$f_E \approx f_0 + \frac{f_0}{c} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_s)$$

$$\Delta f_E = f_E - f_0 \approx \frac{f_0}{c} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_s)$$

Man kann sich leicht klar machen, daß auch bei zweimaligem Auftreten des Dopplereffekts die Empfängerfrequenz immer noch fast genauso groß ist wie die Frequenz des ursprünglich ausgesandten Laserlichts.

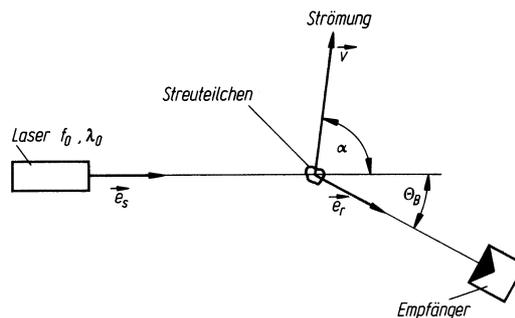


Abbildung 3.3: Dopplereffekt zur Geschwindigkeitsmessung [11]

### 3 Laser Doppler Velocimetry

Die Richtungsvektoren lassen sich bei Verwendung der in Abbildung 3.3 eingeführten Winkel aus dieser Gleichung eliminieren:

$$\Delta f_E \approx f_0 \frac{|\mathbf{v}|}{c} [\cos(\alpha + \Theta_B) - \cos \alpha]$$

Wenn das Teilchen senkrecht durch den Strahl tritt, dann gilt für die Frequenzverschiebung:

$$\Delta f_E \approx -f_0 \frac{v_\perp}{c} \sin \Theta_B \quad (3.2)$$

Die Frequenz des Lasers  $f_0$  und der Winkel zwischen der Laserstrahlachse und der Empfängerachse  $\Theta_B$  sind durch den Versuchsaufbau vorgegeben und somit bekannt, d. h. die Frequenzänderung ist der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Laserstrahlachse direkt proportional:

$$\Delta f_E \sim v_\perp$$

Die Frequenzänderung  $\Delta f_E$  bleibt aber aufgrund der gegenüber der Lichtgeschwindigkeit äußerst geringen Partikelgeschwindigkeit sehr klein. Deshalb läßt sich von einem Empfänger die Empfängerfrequenz  $f_E$  nicht von der Senderfrequenz  $f_0$  unterscheiden. Zudem sind Photoempfänger zu träge, um überhaupt Frequenzen der Größenordnung  $f = c/\lambda = 6 \cdot 10^{14}$  Hz auflösen zu können.<sup>1</sup> Man wendet daher zur Messung der Frequenzverschiebung das Überlagerungsprinzip elektromagnetischer Strahlung an.

Im weiteren soll die Überlagerung einer Streu- mit einer Referenzwelle betrachtet werden. Hierbei unterscheiden sich die beiden Wellen gemäß den beiden unten folgenden Gleichungen durch die Frequenzverschiebung  $\Delta f_E$ :

$$\begin{array}{ll} \text{Streuwelle:} & f_0 + \Delta f_E \quad \rightarrow \quad E = E_s \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \\ \text{Referenzwelle:} & f_0 \quad \rightarrow \quad E = E_0 \cos \omega_0 t \end{array}$$

In den obigen und den folgenden Gleichungen stellt  $E$  die elektrische Feldstärke dar. Der Photostrom  $I$  des als Empfänger eingesetzten Photomultipliers ist dem Quadrat der Feldstärke proportional:

$$\begin{aligned} I &\sim E^2 \\ I &\sim (E_s \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t + E_0 \cos \omega_0 t)^2 \\ I &\sim E_s^2 \cos^2(\omega_0 + \Delta\omega)t + E_0^2 \cos^2 \omega_0 t + 2E_s E_0 \cos \omega_0 t \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \end{aligned}$$

Die Anwendung eines Additionstheorems auf den letzten Summanden liefert:

$$I \sim E_s^2 \cos^2(\omega_0 + \Delta\omega)t + E_0^2 \cos^2 \omega_0 t + E_s E_0 \cos 2\omega_0 t + E_s E_0 \cos \Delta\omega t$$

---

<sup>1</sup> Es wurde Laserlicht mit einer Wellenlänge von 500 nm zugrunde gelegt.

### 3 Laser Doppler Velocimetry

Der Photoempfänger löst Frequenzen in der Größenordnung von  $f_0$  (d. h.  $\omega_0$ ) nicht mehr auf, so daß von den ersten drei Summanden nur die Mittelwerte gemessen werden. Als Wechselsignal bleibt also nur der vierte Summand übrig, wobei  $\Delta\omega = 2\pi f_D$  als Dopplerkreisfrequenz bezeichnet wird:

$$I \sim \frac{1}{2}E_S^2 + \frac{1}{2}E_0^2 + 0 + E_S E_0 \cos \Delta\omega t$$

Diese Dopplerfrequenz ist nach Gleichung 3.2 nun um den Faktor  $v_{\perp}/c$  kleiner als die Laserfrequenz  $f_0$ . Bei einer Geschwindigkeit des Streuteilchens von 30 m/s liegt die Dopplerfrequenz bei  $6 \cdot 10^7$  Hz. Gute Photoempfänger lösen Frequenzen bis zu  $1,5 \cdot 10^8$  Hz auf [8].

#### 3.2.2 Zweistrahl-LDV-System

Zur Umsetzung des Überlagerungsprinzips wird bei dem LDV-System, das im Zuge dieser Arbeit eingesetzt wurde, die Zweistrahlmethode verwendet. Gemäß Abbildung 3.4 wird dabei ein Streuteilchen von zwei Laserstrahlen gleicher Wellenlänge und Phase beleuchtet. Die nun vom Teilchen ausgesandten Streuwellen haben folgende Frequenzen:

$$f_{E1} = f_0 + \frac{f_0}{c} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_{s1}) \quad f_{E2} = f_0 + \frac{f_0}{c} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{e}_r - \mathbf{e}_{s2})$$

Werden vom Empfänger beide Streuwellen empfangen und überlagert, so folgt für die Frequenzverschiebung

$$\Delta f_E = f_{E2} - f_{E1} = \frac{f_0}{c} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{e}_{s1} - \mathbf{e}_{s2})$$

Werden in dieser Gleichung statt der Richtungsvektoren die Winkel gemäß Abbildung 3.4 eingesetzt, so folgt daraus

$$\Delta f_E = f_D = f_0 2 \frac{v_{\perp}}{c} \sin \frac{\Theta}{2} \quad (3.3)$$

In dieser Gleichung sind sowohl  $f_0$  als auch  $\Theta$  aus dem Aufbau bekannt, so daß aus der Frequenzverschiebung sofort die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu der Winkelhalbierenden der beiden Teilstrahlen abgelesen werden kann.

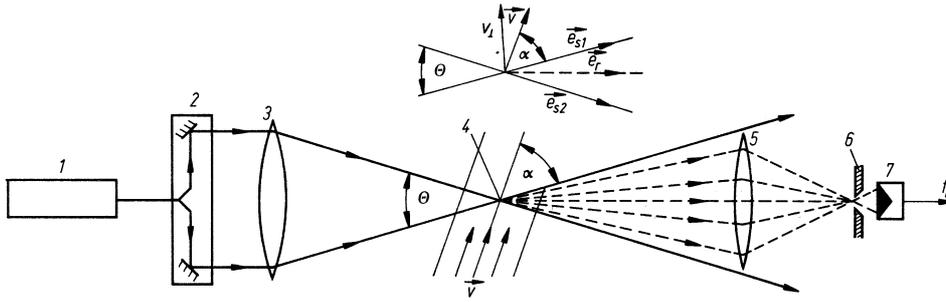


Abbildung 3.4: Strahlengang bei einem LDV nach der Zweistrahlmethode [11]

### 3.2.3 Das Interferenzstreifenmodell

Das Zustandekommen der Frequenzverschiebung lässt sich auch ohne Zuhilfenahme des Doppler-Effektes erklären, wenn man eine einfache Modellvorstellung zugrunde legt. In diesem vereinfachenden Modell (siehe Abbildung 3.5) werden die ebenen Wellenfronten zweier sich kreuzender Laserstrahlen gezeigt. Der Abstand der Wellenfronten entspricht dabei der Wellenlänge des Laserlichtes. Bei dem Interferenzstreifenmodell wird angenommen, daß bei der Überlagerung zweier kohärenter, monochromatischer Lichtwellen Interferenzstreifen entstehen, deren Abstand  $d$  eine Funktion des Schnittwinkels  $\Theta$  und der Lichtwellenlänge  $\lambda_0$  darstellt:

$$d = \frac{\lambda_0}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \quad (3.4)$$

Diese Interferenzstreifen bilden sich als relativ scharf abgegrenzte Bereiche hoher und niedriger Lichtintensität aus. Ein Partikel, das durch dieses Streifenmuster hindurchfliegt, reflektiert Licht mit einer Frequenz  $f$ , die umgekehrt proportional zum Streifenabstand  $d$  und proportional zur Partikelgeschwindigkeit  $u$  ist:

$$f = \frac{u}{d} \quad (3.5)$$

Faßt man die Gleichungen 3.4 und 3.5 zusammen, reduziert sich die eigentliche Geschwindigkeitsmessung mit einem LDV-System auf:

$$u = \frac{f \lambda_0}{2 \sin \frac{\Theta}{2}} \quad (3.6)$$

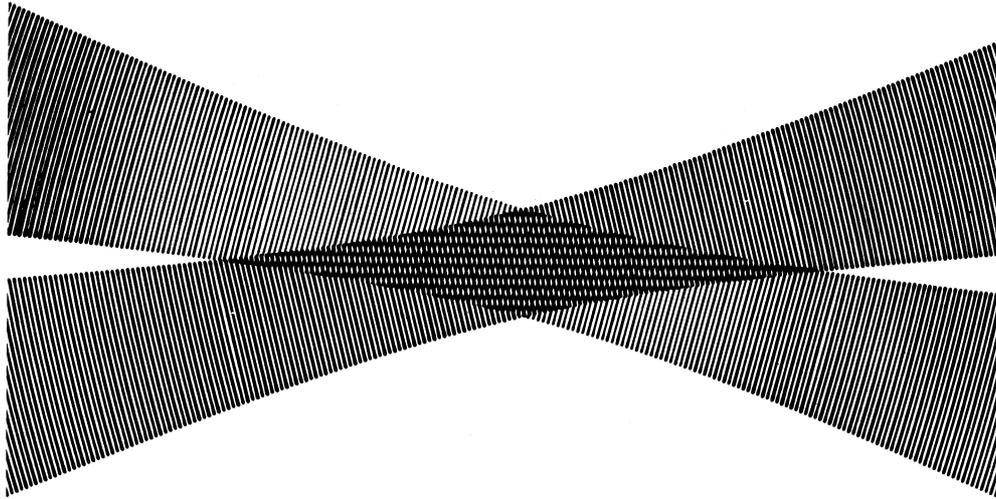


Abbildung 3.5: Interferenzstreifenmodell zweier sich kreuzender Laserstrahlen [11]

Wird weiterhin berücksichtigt, daß sich die Wellenlänge  $\lambda_0$  einer Lichtwelle als Quotient aus der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der Frequenz  $f_0$  darstellen läßt, ergibt sich für die Frequenz  $f$  des vom Partikel reflektierten Lichtes:

$$f = u \frac{f_0}{c} 2 \sin \frac{\Theta}{2} \quad (3.7)$$

Identifiziert man  $u$  gemäß Abbildung 3.6 als senkrechte Durchtrittsgeschwindigkeit, wird sofort die Identität mit Gleichung 3.3 deutlich.

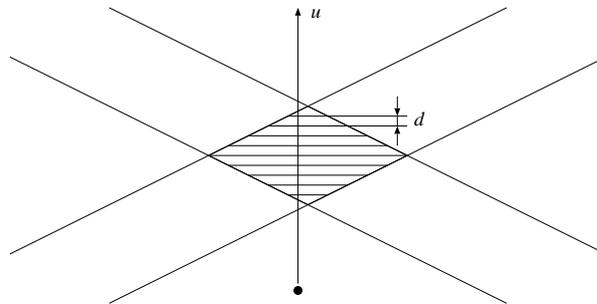


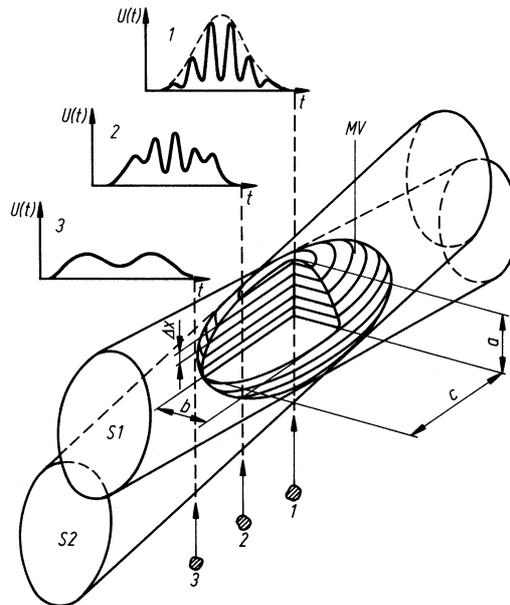
Abbildung 3.6: Geometrie des Interferenzstreifenmodells

### 3.2.4 Meßvolumen des Zweistrahl-LDV-Systems

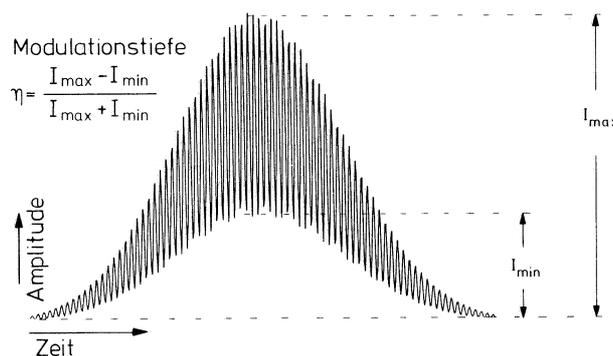
Das Meßvolumen des LDV-Systems befindet sich im Schnittpunkt der beiden Laserstrahlen. Ihre Wellen überlagern sich und erzeugen ein Interferenzmuster mit äquidistanten Interferenzflächen (Abbildung 3.7). Ein Partikel, das diese Flächen passiert,

### 3 Laser Doppler Velocimetry

sendet Streulicht im Takt des Abstandes dieser Flächen aus. Solch ein Signal ist in [Abbildung 3.8](#) zu sehen und wird Dopplerburst genannt. Die Folgefrequenz entspricht genau der Dopplerfrequenz  $f_D$ . Das Meßvolumen des verwendeten LDV-Systems ergibt sich aus der Geometrie der vorhandenen Sendeoptik und hat die ungefähre Größe von  $0,1 \text{ mm} \times 0,1 \text{ mm} \times 2,4 \text{ mm}$ . Auffällig ist, daß die Ausdehnung des Meßvolumens in der Richtung der Strahlen um eine Dekade größer ist als in den beiden dazu senkrechten Richtungen. Dies ist eine Auswirkung des kleinen Schnittwinkels der beiden Laserstrahlen. Bei Messungen muß die daraus resultierende geringere räumliche Auflösung in dieser Raumrichtung berücksichtigt werden.



**Abbildung 3.7:** Schnittvolumen der Laserstrahlen [[11](#)]



**Abbildung 3.8:** Dopplerburst [[44](#)]

### 3.3 Optoelektronische Signalwandlung und Auswertung

Die Umwandlung des optischen Signals, d. h. der ankommenden Photonen, in ein elektrisches Signal findet in einem Sekundärelektronenvervielfacher (Photomultiplier) statt. Der Aufbau ist in Abbildung 3.9 zu sehen.

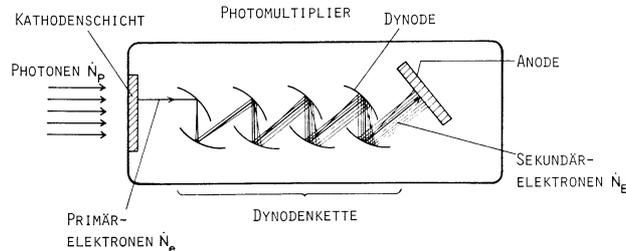


Abbildung 3.9: Aufbau eines Sekundärelektronenvervielfachers [44]

Die durch Lichtquanten aus der Kathode herausgelösten Elektronen (Photoeffekt) werden jeweils von einer Dynode auf die nächste beschleunigt. Dort lösen sie jeweils weitere Sekundärelektronen aus, bis sie schließlich zur Anode gelangen. Die Verstärkung liegt bei etwa  $10^8$  des ursprünglichen Photostromes an der Kathode.

Das elektrische Signal wird nun in einem Signalprozessor einer Fourier-Transformation unterzogen. Es erfolgt somit eine Übertragung des Eingangssignales vom Zeit- in den Frequenzraum (Abbildung 3.10). Die Lage des Maximums gibt die Frequenz des Dopplerbursts und somit die Geschwindigkeit des Partikels an. Aus der Breite des Peaks ist die Frequenzschwankung abzulesen, welche ein Maß für den Turbulenzgrad ist.

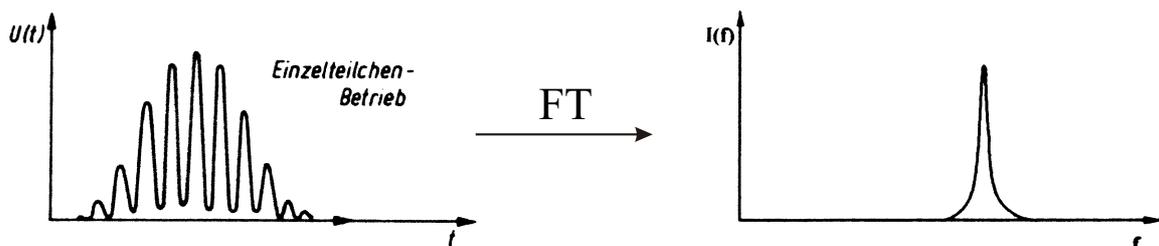


Abbildung 3.10: Prinzip der Fourier-Transformation

### 3.4 Richtungsbestimmung

Mit dem bisher beschriebenen Versuchsaufbau und der Auswertung ist es nicht möglich, etwas über die Richtung der Geschwindigkeit des Partikels auszusagen. Das ist sofort einzusehen, wenn man sich den Dopplerburst eines Teilchens mit der Geschwindigkeit  $+v$  und denjenigen eines Teilchens mit der Geschwindigkeit  $-v$  vorstellt. Das Signal ist in beiden Fällen identisch. Zur Richtungsbestimmung wird in einen Teilstrahl der Sendeoptik eine Braggzelle eingebaut (Abbildung 3.11).

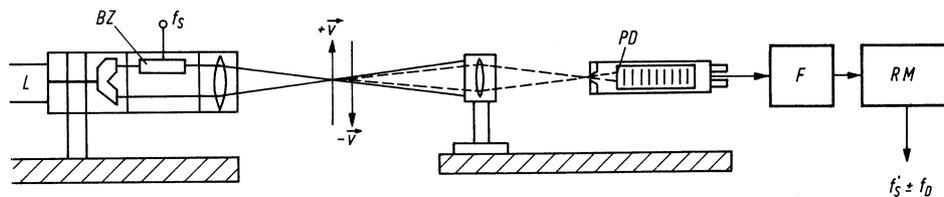


Abbildung 3.11: LDV mit Braggzelle [11]

Diese hat die Aufgabe, die Frequenz des einen Teilstrahles gegen die des anderen um die Shiftfrequenz  $f_S$  zu verschieben (shiften). Hierdurch fängt das Interferenzmuster, dessen Interferenzstreifen einen Abstand  $\Delta x$  haben, im Meßvolumen an, sich mit der Geschwindigkeit  $v_S$  zu bewegen:

$$v_S = f_S \Delta x$$

Der Photodetektor registriert jetzt eine Frequenz  $f_S \pm f_D$ , je nachdem in welche Richtung sich das Partikel bewegt. Da dem Detektor die Shift-Frequenz  $f_S$  bekannt ist, kann jetzt sowohl der Betrag der Geschwindigkeit als auch das Vorzeichen bestimmt werden.

Mit diesem Aufbau ist es ebenso möglich, ruhende Partikel ( $f_0$ ) zu erfassen. Das Interferenzmuster bewegt sich über das Partikel hinweg und der Detektor registriert nur die Shift-Frequenz  $f_S$  (Abbildung 3.12).

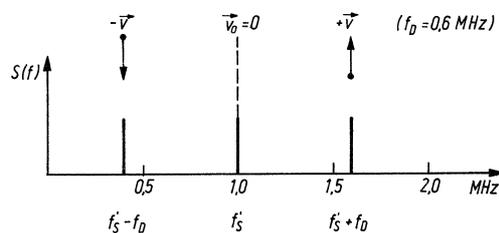


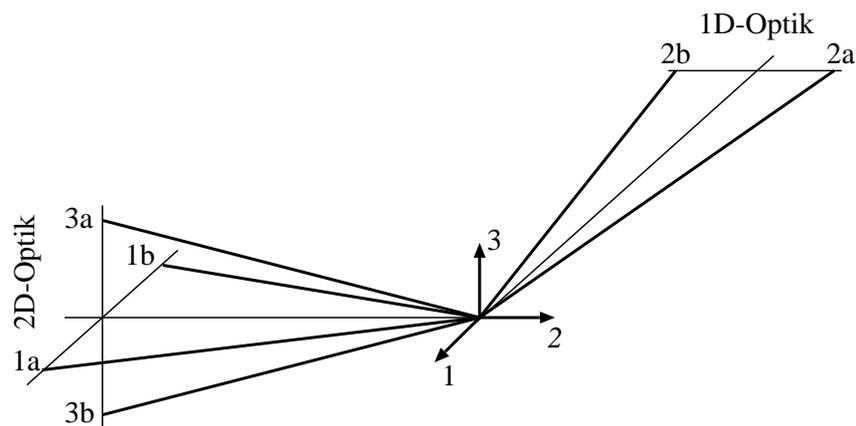
Abbildung 3.12: Frequenzdetektion mit Frequenzshift [11]

### 3.5 Meßsysteme

Mit dem bisher beschriebenen Versuchsaufbau ist es nur möglich, die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur optischen Achse der beiden Teilstrahlen zu messen. Es ist jedoch wünschenswert, an einem Ort in der Strömung alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors bestimmen zu können.

Zwei- und Dreikomponenten-LDV-Systeme verfügen über zwei bzw. drei optisch unabhängige Interferenzfelder, deren Streusignale optisch getrennt und den einzelnen Interferenzfeldern eindeutig zugeordnet werden können. Die optische Entkoppelung erfolgt über unterschiedliche Laserfrequenzen (Farben), die optische Trennung der Streusignale über entsprechende Farbfilter.

In **Abbildung 3.13** ist die Strahlanordnung für eine Drei-Komponentenmessung skizziert. Die beiden Teilstrahlen 1a und 1b messen die Geschwindigkeitskomponente von hinten nach vorne, die zwei Teilstrahlen 2a und 2b die Komponente von links nach rechts und die Teilstrahlen 3a und 3b die Komponente von unten nach oben. Da die drei Vektoren voneinander unabhängig sind, ist der Geschwindigkeitsvektor nun mit Betrag und Richtung bekannt. Das Meßvolumen befindet sich im Schnittpunkt der sechs Strahlen.



**Abbildung 3.13:** Strahlenverlauf eines 3D-LDV-Systems

Alle in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Komponenten – mit Ausnahme des Lasers – müssen nun jedoch dreifach vorhanden sein, d.h. ein 3D-LDV-System besteht aus

- einem Laser mit drei nutzbaren Wellenlängen inkl. Farbtrenner,
- drei Strahlteilern,
- drei Braggzellen,
- zwei Sende- bzw. Empfangsoptiken,
- drei Photomultipliern,

- drei Prozessoren zur Schwingungsanalyse und
- einem PC zur Darstellung der Ergebnisse.

Da nicht nur ein einzelner Punkt des Geschwindigkeitsfeldes von Interesse ist, ist es sinnvoll, die Optiken auf einer Traversierung anzuordnen. PC-gesteuert lassen sich dann z. B. Geschwindigkeitsprofile aufnehmen.

## 3.6 Zusammenfassung

Die LDV ist ein leistungsfähiges laseroptisches Geschwindigkeitsmeßverfahren, das sich in den letzten Jahrzehnten in vielen Bereichen der Forschung und Industrie als unentbehrlich erwiesen hat. Ihre großen Stärken sind die hohe zeitliche Auflösung und die Genauigkeit der Messungen. Die Meßfehler liegen im Bereich  $< 1\%$ .

Eine Darstellung und Diskussion der Vor- und Nachteile der LDV folgt in Kapitel 4. Dort wird sie auch der PIV gegenübergestellt und darauf aufbauend dann ein abschließender Vergleich gezogen.

## 4 Bewertung und Vergleich von PIV und LDV

**Inhalt des Kapitels** *Nach der Beschreibung der Particle Image Velocimetry und der Laser Doppler Velocimetry in den vorhergehenden Kapiteln werden ihre jeweiligen Vor- und Nachteile gegenübergestellt und kommentiert. Darauf aufbauend werden beide Verfahren verglichen und ihr Potential wird anhand ausgewählter Anwendungsbeispiele aufgezeigt. Als Alternative zur PIV und zur LDV wird die Doppler Global Velocimetry vorgestellt.*

### 4.1 Bewertung der LDV-Meßtechnik

Im folgenden werden die wesentlichen Vor- und Nachteile der LDV kurz zusammengefaßt und ausgewählte Punkte ausführlicher diskutiert, um sie mit der PIV vergleichen zu können. Hierbei wird nur auf Eigenschaften eingegangen, die die LDV von der PIV unterscheiden.

#### Vorteile

In Kapitel 3 wurden die Funktionsweise und die Eigenschaften der Laser Doppler Velocimetry dargestellt. Daraus lassen sich ihre wesentlichen Vorteile herleiten:

- Die LDV ist berührungs- und rückwirkungsfrei.
- Vor Messungen ist keine Kalibrierung des Systems notwendig.
- Es herrscht eine lineare Proportionalität zwischen Meßgröße und Strömungsgeschwindigkeit.
- Die LDV weist eine hohe räumliche Auflösung (vorgegeben durch die Größe des Meßvolumens) sowie
- eine hohe zeitliche Auflösung (bis max.  $10^6$  Meßwerte pro Sekunde) auf.
- Die LDV ermöglicht die Messung sehr kleiner Geschwindigkeiten.
- Bei entsprechender Auslegung des Systems sind dreidimensionale Messungen möglich.

Durchaus beachtenswert ist, daß ein LDV-System nicht kalibriert werden muß, da die Geschwindigkeit bei bekannten Systemparametern nach Detektion der dopplerverschobenen Frequenz sofort bestimmt werden kann. Dieser Vorteil bleibt sogar erhalten, wenn Messungen in Behältern erfolgen, so daß ggf. die Brechung an Behälterwänden berücksichtigt werden muß (siehe unten). Zwar verändert sich über die

Brechzahl der Schnittwinkel der beiden Teilstrahlen, aber da die Lichtgeschwindigkeit sich ebenfalls ändert, bleibt der Interferenzstreifenabstand unverändert:

$$d = \frac{\lambda^*}{2 \sin \frac{\Theta^*}{2}} = \frac{\lambda_0 n}{2 n \sin \frac{\Theta}{2}} \quad (4.1)$$

Die räumliche Auflösung wird durch die Größe des Meßvolumens vorgegeben, das bei dem verwendeten System eine Ausdehnung von  $0,1 \text{ mm} \times 0,1 \text{ mm} \times 2,4 \text{ mm}$  hat. Bei zu untersuchenden Strömungsfeldern, deren Abmessungen in der Größenordnung von Metern oder Dezimetern liegen, wird man damit die erzielbare Auflösung als hoch bezeichnen können. Ist man aber an Mikrofluidanwendungen (z. B. an Strömungsgeschwindigkeiten in Mikropumpen aus der Medizintechnik) interessiert, stößt man hier schnell an die Grenzen der räumlichen Auflösung.

Der größte Vorteil der LDV ist zur Zeit sicherlich die hohe zeitliche Auflösung, wobei die Meßdauer praktisch unbegrenzt ist. Dies macht die LDV besonders geeignet zur Untersuchung hochgradig instationärer Vorgänge oder von Turbulenzphänomenen.

### Nachteile

Die Anwendung der Laser Doppler Velocimetry bringt aber auch einige Nachteile mit sich:

- Als optische Meßtechnik setzt die LDV zu ihrer Anwendbarkeit die Transparenz des Fluids und der Behälterwände voraus.
- Zur Geschwindigkeitsmessung sind Streuteilchen im Fluid erforderlich. Zu beachten ist besonders deren Folgevermögen.
- Die Brechung an Grenzflächen und Behälterwänden muß berücksichtigt werden.
- Vor allem zur Messung aller drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors muß ein großer apparativer Aufwand betrieben werden.
- Da die LDV eine lokale Meßtechnik ist, lassen sich mit ihr nur stationäre oder periodische Geschwindigkeitsfelder erfassen.

Wie schon angedeutet, stellen Messungen durch Behälterwände hindurch besondere Herausforderungen dar, da hier an zwei Phasengrenzen (Luft–Festkörper und Festkörper–Flüssigkeit) die Laserstrahlen ggf. unterschiedlich gebrochen werden. Damit liegt das Schnittvolumen nicht mehr an der Stelle, die durch die optische Anordnung in Luft vorgegeben wird. Man muß nun entweder die Brechung (bei exakt zu bestimmendem Brechzahlverhältnis) rechnerisch berücksichtigen, die Brechzahlen von Festkörper und Flüssigkeit aneinander anpassen<sup>1</sup> oder die Sendeoptik – falls möglich – in

---

<sup>1</sup> Damit ist aber immer noch der große Brechzahlunterschied zwischen Luft und Behälterwand, der sich auch nicht beseitigen läßt, zu berücksichtigen.

die Strömung eintauchen. Ist man gezwungen, durch gewölbte Behälterwände hindurch zu messen, kommt eine weitere Schwierigkeit hinzu. Die beiden Laserstrahlen treffen im allgemeinen unter unterschiedlichen Winkeln auf die Wand und werden damit in verschiedene Richtungen gebrochen. Dadurch verschiebt sich das Meßvolumen aus den Strahltaillen heraus.

Ein weiterer wesentlicher Nachteil resultiert aus der nur lokal möglichen Messung. Bei stationären Strömungen kann man zwar zu unterschiedlichen Zeiten verschiedene Meßpunkte anfahren und so durch eine Vielzahl von Messungen das Geschwindigkeitsfeld auch räumlich erfassen. Bei instationären Strömungen ist man aber darauf beschränkt, nacheinander an raumfesten Punkten die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit aufzuzeichnen. Es läßt sich so aber kein Zusammenhang zwischen den Strömungen an verschiedenen Orten herstellen. Anders verhält es sich bei periodischen Vorgängen. Unter der Voraussetzung, daß sich die Messung phasengekoppelt auslösen läßt, kann man das Geschwindigkeitsfeld auch räumlich erfassen. Bei Anwendungen im Strömungsmaschinenbau kann z. B. ein Drehwinkelgeber an der Turbinenwelle angebracht werden. Das Signal des Drehwinkelgebers kann nun genutzt werden, um die Messung immer in derselben Winkelstellung der Turbinenwelle zu starten. So lassen sich sowohl phasengemittelte Messungen als auch Messungen an verschiedenen Orten zum selben Phasenwinkel durchführen.

### 4.2 Bewertung der PIV-Meßtechnik

Auch hier sollen die Vor- und Nachteile der PIV zuerst stichpunktartig zusammengefaßt und ausgewählte Punkte dann ausführlicher diskutiert werden, um sie mit der LDV vergleichen zu können.

#### Vorteile

Aus der Darstellung der Particle Image Velocimetry in Kapitel 2 ergeben sich als ihre wichtigsten Vorteile:

- Wie die LDV arbeitet die PIV berührungs- und rückwirkungsfrei.
- Das Geschwindigkeitsfeld ist innerhalb weniger Millisekunden in einer ganzen Ebene erfaßbar.
- Es lassen sich im Gegensatz zur LDV auch instationäre und periodische Geschwindigkeitsfelder erfassen.
- Die Brechung z. B. an Behälterwänden kann durch optische Kalibrierung sehr einfach berücksichtigt werden.
- Die Messung sehr kleiner Geschwindigkeiten ist mit der PIV möglich.
- Messungen aller drei Geschwindigkeitskomponenten sind durch Erweiterung des Systems mit einer zweiten Kamera möglich.

Ein wesentlicher Vorteil der PIV für die Strömungsmesstechnik ist sicherlich, daß es nun erstmals möglich ist, innerhalb weniger Millisekunden das Geschwindigkeitsfeld in einer ganzen Ebene meßtechnisch zu erfassen. Dies erweitert den Einsatzbereich experimenteller Geschwindigkeitsmeßmethoden ganz erheblich, denn dadurch ist man nicht mehr nur auf stationäre Vorgänge beschränkt, sondern kann auch die Geschwindigkeitsfelder transienter Strömungsvorgänge experimentell beschreiben.

Im praktischen Einsatz erweist es sich als sehr vorteilhaft, daß die Brechung – anders als bei der LDV – sehr einfach berücksichtigt werden kann. Hierzu bedient man sich linearer oder auch nichtlinearer Abbildungen, um die durch Brechung (auch an gewölbten Oberflächen) hervorgerufenen Verzerrungen des aufgenommenen Bildes der ausgeleuchteten Meßebene mathematisch zu berücksichtigen.

Das zuvor beschriebene Meßsystem läßt aber noch Raum für Erweiterungen. Insbesondere ist es wünschenswert, alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes gleichzeitig bestimmen zu können. Daher sollte man die bis jetzt vorgestellte Variante präziser als 2D-2C-PIV (*two dimensional-two component-PIV*) bezeichnen. Die Forderung nach 2D-3C-PIV (*two dimensional-three component-PIV*) läßt sich mit einer Methode, die in Kapitel 8 kurz vorgestellt wird, mit geringem zusätzlichem Aufwand erfüllen.

### Nachteile

Als optisches Meßverfahren teilt die Particle Image Velocimetry einige Nachteile mit der LDV. Andere Beschränkungen der LDV fallen weg, weitere spezifische, manchmal nachteilig wirkende Eigenschaften kommen hinzu:

- Die optische Transparenz des Fluids und der Behälterwände stellt auch bei der PIV eine wesentliche Voraussetzung für ihre Anwendung dar.
- Was für die Anwesenheit der Streuteilchen bei der LDV gesagt wurde, gilt uneingeschränkt auch für die PIV.
- Die PIV weist in Abhängigkeit vom Abbildungsmaßstab eine variable räumliche Auflösung auf.
- Eine sehr hohe zeitliche Auflösung läßt sich zur Zeit nur durch Spezialsysteme verwirklichen.

Die nicht fest vorgegebene räumliche Auflösung ist hier als Nachteil aufgeführt. Sie wird anders als bei der LDV nicht durch das Meßsystem allein bestimmt. Sie ergibt sich vielmehr erst im Zusammenspiel mit dem Meßobjekt über den Abbildungsmaßstab und die Pixelanzahl des CCD-Sensors. Innerhalb gewisser Bereiche läßt sie sich weiterhin auch durch die Größe der Teilbilder und deren gewählte Überlappung beeinflussen. Man muß also bei der PIV die maßgeblichen Parameter an die interessierenden räumlichen Strukturen der Strömung anpassen, hat aber andererseits die

Möglichkeit, durch *Heranzoomen* an das Meßobjekt die räumliche Auflösung beinahe beliebig zu steigern.

Ein deutlicher Kritikpunkt bleibt zumindest bei heutigen Standardsystemen die begrenzte zeitliche Auflösung. Sie wird in erster Linie durch die Bildfrequenz der CCD-Kameras und die Datentransferrate des angeschlossenen PC beschränkt. Zur Zeit läßt sich die zeitliche Auflösung nur mit Spezialsystemen über  $10^4$  Hz hinaus steigern – allerdings auf Kosten der räumlichen Auflösung.

### 4.3 Vergleich von PIV und LDV

Bei der LDV handelt es sich um ein Meßsystem, das sich in den letzten drei Jahrzehnten vielfach bewährt hat und dessen Entwicklung als weitgehend abgeschlossen betrachtet werden darf. Seine wesentlichen Stärken sind die hohe Genauigkeit und die sehr hohe zeitliche Auflösung. Eine prinzipielle Schwäche wird der lokale Charakter der Messung bleiben.

Mit der PIV beginnt sich ein System durchzusetzen, das noch viel Entwicklungspotential aufweist: sowohl auf dem Gebiet der Auswertalgorithmen als auch bei der Hardware.<sup>2</sup> Im Zuge der Entwicklung von leistungsfähigerer Elektronik (CCD-Kamera, PC usw.) werden die Sachverhalte, die sich heute noch als Nachteil darstellen, unter der Annahme gleichbleibender Entwicklungsgeschwindigkeit schon mittelfristig überwunden sein.

Zur Zeit dieser Arbeit ergänzen sich die in gewisser Weise komplementären Verfahren PIV und LDV gegenseitig sinnvoll, wenn man ihre jeweiligen Leistungsmerkmale angemessen berücksichtigt. In Zukunft wird man aber damit rechnen können, daß die PIV sich Bereiche erschließen wird, in denen heute noch die LDV dominiert. Im Rahmen dieser Arbeit wird die LDV wegen der schon mehrfach angesprochenen hohen Genauigkeit als experimentelles Referenzmeßsystem verwendet, um die in Abschnitt 5 beschriebene Evaluierung der PIV vorzunehmen.

Auf einen prinzipiellen Unterschied zwischen PIV und LDV sei am Rande noch hingewiesen. Beide Meßtechniken werden gerne als Lasermeßtechniken bezeichnet; sie werden deshalb auch auf Fachtagungen und Symposien gemeinsam behandelt. Wie aus den Beschreibungen der beiden Meßtechniken hervorgeht, ist genaugenommen nur die LDV wirklich eine Lasermeßtechnik: hier ist die Kohärenz des Laserlichtes die entscheidende Voraussetzung für die Verwirklichung des Meßprinzips. Das Laserlicht ist also tatsächlich Träger der Geschwindigkeitsinformation.

Auch bei der PIV wird zwar fast ausschließlich Laserlicht zur Erzeugung des Lichtschnittes verwendet, dies ist aber nicht zwingend notwendig. Der Lichtschnitt könn-

---

<sup>2</sup> Zu verschiedenen Auswertalgorithmen wird in Abschnitt 6 ausführlich Stellung genommen.

te ebenso mit einer Weißlichtblitzlampe erzeugt werden. Die Geschwindigkeitsinformation liegt bei der PIV nicht im Licht selbst, sondern in der Positionsänderung der Streupartikel. Insofern ist der Laser hier nur Mittel zum Zweck.

### 4.4 Einsatzgebiete von PIV und LDV

Ein Blick in ausgewählte Veröffentlichungen aus neuester Zeit soll einen Eindruck von der Vielfalt der Einsatzgebiete beider Meßverfahren vermitteln. Einen Überblick über industrielle aerodynamische Anwendungen der PIV kann man in der von STANISLAS ET AL. herausgegebenen Monographie [49] gewinnen. Ebenso wird dort über spezielle Fragestellungen beim industriellen Einsatz der PIV detailliert Auskunft gegeben.

HOPKINS ET AL. beschreiben in [21] die Anwendung der PIV in komplexen Geometrien am Beispiel der Strömung in der menschlichen Nasenhöhle. Die besondere Herausforderung stellt hier die Verzerrung der Partikelbilder an den irregulär geformten Oberflächen des Modells dar. Es wird ein *Rapid Prototyping*-Verfahren vorgestellt, mit dem transparente Modelle schnell und kostengünstig angefertigt werden können. Besondere Sorgfalt wird auf die genaue Brechzahlanpassung gelegt.

Im Turbomaschinenbau konnte sich die PIV bislang nicht in der Breite durchsetzen, da der optische Zugang von zwei verschiedenen Seiten vielfach nicht gegeben ist. Besonders um die Versuchszeit und damit die Kosten zu reduzieren, entwickelte WERNET ein PIV-System zum Einsatz in Turbomaschinen. In [53] wird mitgeteilt, wie der angestrebte Einsatz möglich gemacht werden konnte. Hervorzuheben sind die Konstruktion des Kompressorgehäuses, die es erlaubt, an verschiedenen Stellen Fenster für die CCD-Kamera einzusetzen, und eine neuartige Lichtschnittoptik, die sehr kompakt und nach Art eines Periskopes aufgebaut ist, so daß sie in das Innere des Kompressors eingebracht werden kann. Es wurden Messungen im Bereich der Rotorscheufeln eines transsonischen Axialkompressors und im Diffusor eines Zentrifugalkompressors vorgenommen und mit LDV- und CFD-Daten verglichen.

Bei der Optimierung des Kraftstoffverbrennungsprozesses in Otto- und Dieselmotoren fällt dem Einspritzvorgang eine Schlüsselrolle zu. Als problematisch erweist sich die breite Größenverteilung der eingespritzten Kraftstofftröpfchen, die gleichzeitig als Streuteilchen fungieren. In Abhängigkeit von ihrer Größe besitzen sie ein unterschiedliches Vermögen, der Strömung zu folgen. So finden sich kleine Tröpfchen auch in den Grenzschichten des Einspritzstrahles und den angrenzenden Wirbeln, während große Tröpfchen die Grenzschicht durchdringen. Da die PIV über kleine Teilgebiete mittelt, werden die Unterschiede in den Geschwindigkeiten kleiner und großer Tröpfchen verwischt. IKEDA ET AL. stellen in [22] das neue *multi-intensity-layer*-Auswerteverfahren vor, das das unterschiedliche Teilchenfolgevermögen be-

rücksichtigt und somit wertvolle Beiträge zum Verständnis des Einspritzvorganges liefern kann.

Ein vorrangiges Ziel der Luftfahrzeugentwicklung ist die Reduzierung des Kraftstoffverbrauches. Unmittelbar damit verbunden sind Kosteneinsparungen und eine Emissionsreduzierung der Gase, die für den Treibhauseffekt verantwortlich gemacht werden. Eine deutliche Verbrauchsreduzierung könnte durch Verzögerung oder Vermeidung des laminar-turbulenten Strömungsumschlages an der Luftfahrzeugoberfläche durch aktive oder passive Maßnahmen erreicht werden. Dazu sind neben Windkanalversuchen Messungen unter realen Flugbedingungen unabdingbar. Besonders LDV-Systeme in Rückwärtsstreubetrieb bieten hier den Vorteil, daß lediglich eine optisch und mechanisch stabile, kombinierte Sende- und Empfangsoptik bereits zweidimensionale Messungen erlaubt. Die Entwicklung eines derartigen Spezielsystems wird von BECKER ET AL. in [1] beschrieben. Erwähnenswert ist, daß das System hier im Gegensatz zur PIV ohne künstliche Streupartikel auskommt. Als Streuteilchen werden die in der Luft ohnehin vorhandenen Staubteilchen und Aerosole verwendet.

Die Auslegung von Axialturbinen erfolgt auch heutzutage noch unter Annahme eines stationären Strömungszustandes, obwohl besonders im Bereich zwischen Stator und Rotor hochgradig instationäre Vorgänge stattfinden. Die dort ablaufenden verlustzeugenden Mechanismen werden durch empirische Korrelationen abgebildet, um den Instationaritäten Rechnung zu tragen. Für die weitere Leistungssteigerung ist ein vertieftes Verständnis der Strömung im Stator-Rotor-Übergangsbereich notwendig. MATSUNUMA und TSUTSUI setzen zur meßtechnischen Erfassung der Strömungsgeschwindigkeiten ein 2D-LDV-System ein, das seine Vorteile hier voll zur Geltung bringen kann [28]. Die hohe zeitliche Auflösung der LDV ist eine wichtige Voraussetzung, um das Strömungsgeschehen bei hohen Drehzahlen erfassen zu können. Die Verwendung einer kombinierten Sende- und Empfangsoptik stellt an die optischen Zugangsmöglichkeiten wesentlich niedrigere Ansprüche als ein PIV-System. Die LDV-Messungen lassen sich in Abhängigkeit des Drehwinkels der Rotorwelle durchführen, so daß das gesamte interessierende Strömungsfeld sukzessiv abgetastet werden kann.

Bei Flüssigkeitsströmungen oder Innenströmungen treten regelmäßig optische Verzerrungen an begrenzenden Behälterwänden auf, die bei der LDV mehrere unangenehme Effekte zur Folge haben können – z. B. Verschiebung des Meßvolumens, Änderung des Schnittwinkels der Laserstrahlen oder ungewollte Reflektionen an Behälterwänden [50]. Durch Brechzahlanpassung können diese Effekte vermieden werden. Bislang ließen sich auf diese Weise aber nur Experimente in kleinem Maßstab durchführen. Dadurch wurde bei gegebenen Abmessungen der Optiken und des Meßvolumens der kleinste Abstand zu Wänden und die räumliche Auflösung begrenzt. STOOFS ET AL. haben nun zwei Strömungskanäle entwickelt und in [50] vorgestellt, die mehrere hundert Liter Volumen aufweisen und völlig brechzahlangepaßt sind. Die Brechzahlanpassung erfolgt zwischen Quarzglas und einem Öl, dessen Brechzahl temperaturgeregelt exakt auf die des Glases eingestellt wird. Somit wurden bei

hoher räumlicher Auflösung und kleinem Wandabstand Messungen beim laminar-turbulenten Übergang an einer Platte möglich. Da im Vorwärtsstreubetrieb gearbeitet werden konnte, wiesen die Messungen ein sehr hohes Signal-Rausch-Verhältnis auf.

Die Strömungsprozesse in Gasbrennern sind noch nicht gut verstanden, daher lassen sie sich auch nur schlecht modellieren. Anhand der kalten Strömung stromab eines Doppelringbrenners zeigten SCHMITT ET AL., daß sich mit der LDV hochgenaue Ergebnisse erzielen lassen [46]. Da die Messungen zudem auf einem sehr feinmaschigen Gitter erfolgten, konnte auch der Geschwindigkeitsgradiententensor berechnet werden. Die Genauigkeit dieser Ableitung wurde durch theoretische Überlegungen verifiziert. Aus den Ergebnissen konnte u. a. gefolgert werden, daß die BOUSSINESQ-Approximation auf Basis des  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodells nur für begrenzte Gebiete der Strömung gilt.

### 4.5 DGV als Alternative zu PIV und LDV

Zu Anfang der 1990er Jahre wurde mit der *Doppler Global Velocimetry* (DGV) eine weitere laseroptische Strömungsgeschwindigkeitsmeßtechnik entwickelt und durch H. KOMINE von der NORTHROP CORPORATION patentiert. Sie erscheint sehr vielversprechend und findet zunehmende Beachtung, ist aber für den industriellen und routinemäßigen Einsatz noch nicht geeignet. In gewisser Weise kann die DGV als Mischung aus LDV und PIV bezeichnet werden. Wie der Name andeutet, beruht die Geschwindigkeitsmessung wie bei der LDV auf dem Dopplereffekt. Die Komponenten hingegen, aus denen ein DGV-System aufgebaut wird, können ausnahmslos von der PIV übernommen werden. Lediglich einige halbdurchlässige Spiegel und eine Jodzelle sind zusätzlich erforderlich (siehe Abbildung 4.1). Das Funktionsprinzip soll an dieser Stelle in aller Kürze erläutert werden. Für detaillierte Beschreibungen sei auf die Dissertation von NAYLOR und einen Grundlagenartikel von MEYERS verwiesen (siehe [34] bzw. [31]). Detaillierte Aussagen zu Fehlerquellen und der Minimierung von Fehlern bei der DGV treffen MEYERS und LEE in [30].

Die Doppler Global Velocimetry bedient sich einer beheizten, temperaturkontrollierten Glaszelle, die mit molekularem Jod gefüllt ist, um die Dopplerverschiebung von Laserlicht zu messen, das von Partikeln gestreut wird, die der Strömung folgen. Die Geschwindigkeit wird mit denselben Gleichungen wie bei der LDV aus der Dopplerfrequenz berechnet. Mit der in Abbildung 4.1 dargestellten Anordnung kann man die Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Winkelhalbierenden zwischen der Lichtschnittrichtung und der Beobachtungsrichtung bestimmen. Eine Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten in einer Ebene wird möglich, indem man den Lichtschnitt aus drei verschiedenen Richtungen beobachtet oder indem man drei verschiedene Lichtschnitte aus einer Richtung aufnimmt (siehe Abbildung 4.2).

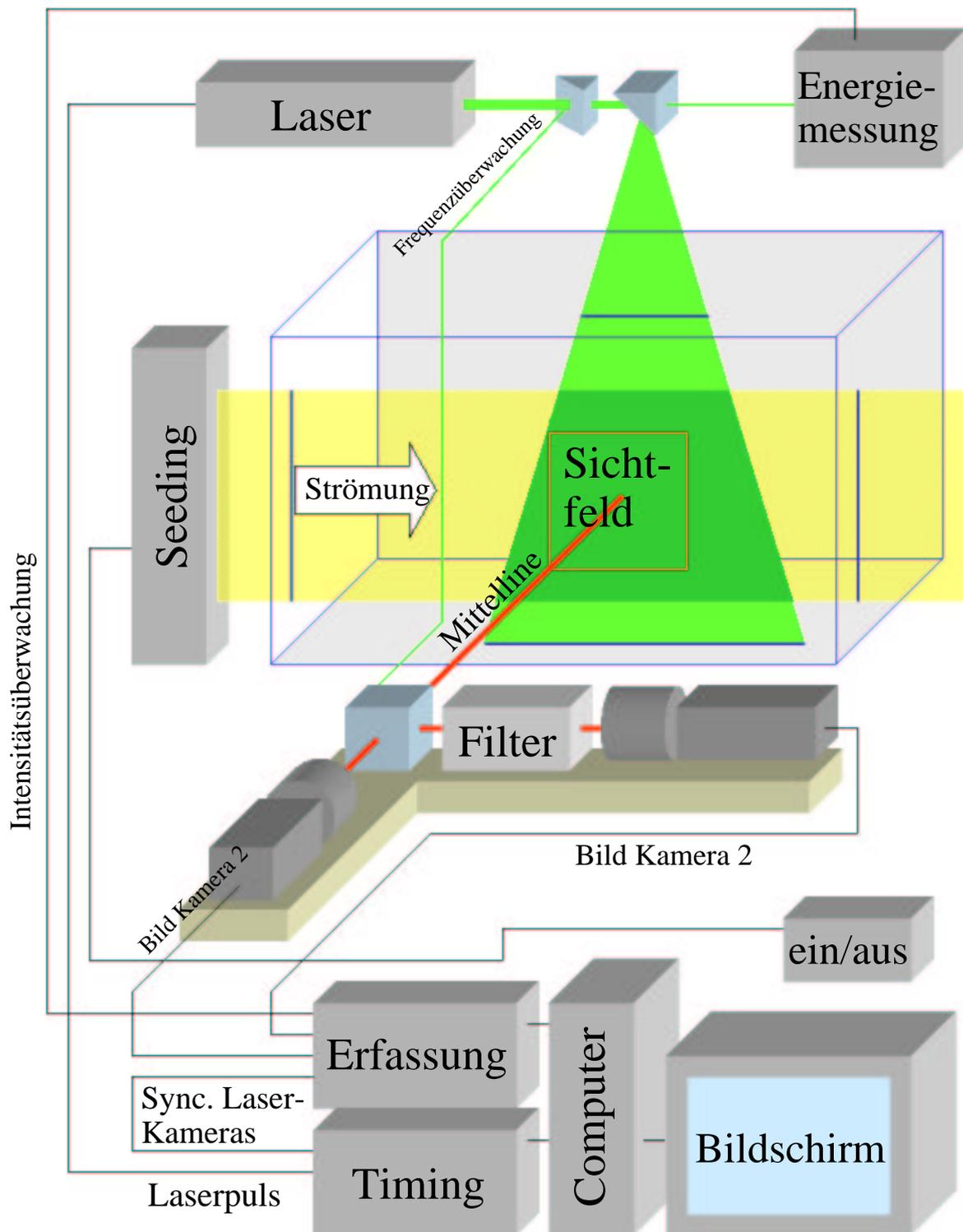


Abbildung 4.1: Aufbau eines DGV-Systems

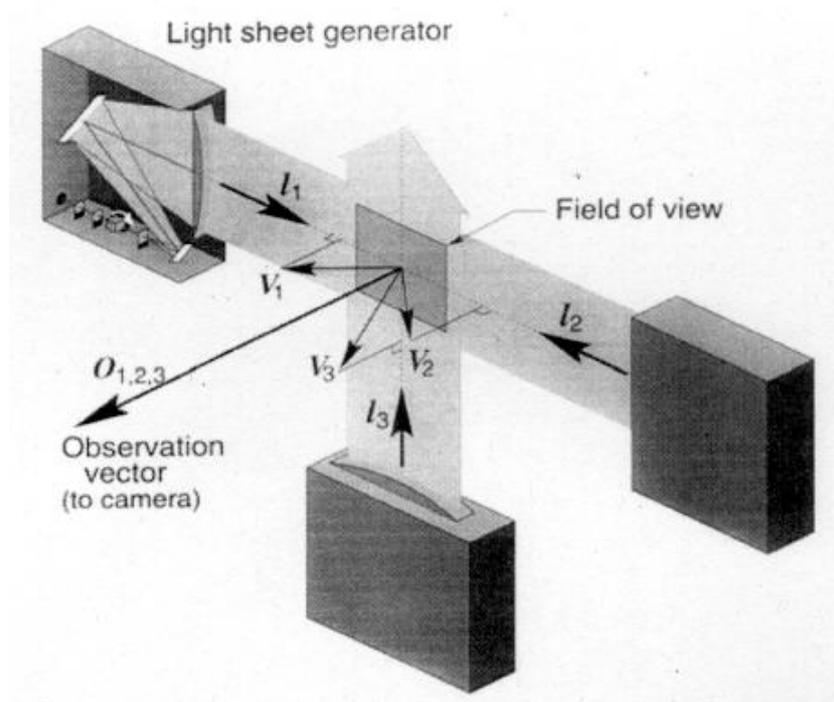


Abbildung 4.2: Anordnung der Komponenten zur dreidimensionalen DGV [42]

Molekularer Joddampf weist verschiedene Absorptionsbänder auf, von denen eines sowohl mit dem grünen Licht des Nd:YAG-Lasers als auch mit dem grünen Licht des Argon-Ionen-Lasers überlappt.<sup>3</sup> Die Menge des durch die Jodzelle dringenden Lichtes hängt in gewissen Bereichen linear von der Frequenz des Streulichtes und damit von der Geschwindigkeit der Streupartikel ab (vgl. Abbildung 4.3).<sup>4</sup>

Der zu einem zweidimensionalen Lichtschnitt aufgeweitete Laserstrahl leuchtet den interessierenden Teil der Strömung aus. Dieses Feld wird durch die Jodzelle hindurch mit einer CCD-Kamera betrachtet, die die Daten aufzeichnet. Regionen unterschiedlicher Geschwindigkeiten resultieren in unterschiedlichen Dopplerfrequenzen, die wiederum durch die Jodzelle in unterschiedliche Lichtintensitäten umgewandelt werden und durch die Kamera aufgenommen werden. Um Variationen der Lichtschnittintensität im Sichtfeld zu kompensieren, wird dasselbe Sichtfeld mit einer zweiten Kamera abgebildet, deren Sichtlinie nicht durch die Jodzelle verläuft. Durch die Bildung des Grauwertverhältnisses beider Bilder lässt sich so die Geschwindigkeit in jedem Pixel bestimmen.

<sup>3</sup> Durch Verwendung eines Puls lasers können Momentangeschwindigkeiten bestimmt werden, während man durch Dauerstrichlaser eine zeitliche Mittelung der Geschwindigkeiten erreicht.

<sup>4</sup> Zu speziellen Fragestellungen im Zusammenhang mit Jodzellen nehmen CHAN ET AL. in [6] Stellung.

#### 4 Bewertung und Vergleich von PIV und LDV

Bei Verwendung von üblichen Nd:YAG-Lasern kann es notwendig sein, die Frequenz und die Energie der Laserpulse zu messen und in die Auswertung miteinzubeziehen, da Nd:YAG-Laser nicht sehr frequenzstabil sind und von Puls zu Puls schwankende Energien aufweisen. Zur Zeit ist ein wesentlicher Nachteil der DGV darin zu sehen, daß sie nur zur Messung hoher Geschwindigkeiten (20...220 m/s) geeignet ist. Bei einem Streuwinkel von  $90^\circ$  und Beleuchtung mit einem Nd:YAG-Laser verursacht eine Geschwindigkeit von 1 m/s eine Frequenzverschiebung von 2,7 MHz. Die Bandbreite der Absorptionslinie beträgt ungefähr  $\Delta f = 600$  Mhz, daraus ergibt sich ein Meßbereich von  $\pm 110$  m/s. Da auch mit einer Frequenzstabilisierung die Bandbreite eines Nd:YAG-Lasers bei  $\approx \pm 1$  MHz liegt, beträgt die Sensitivität des Verfahrens  $> 1$  m/s und der Meßfehler ist im Meßbereich mit  $\pm 0,4$  m/s konstant.

Mit den obigen Ausführungen wird deutlich, daß die DGV zur Zeit nur für Gasströmungen sinnvoll einsetzbar ist. Einige aktuelle Anwendungen sollen abschließend den Stand dokumentieren. WILLERT ET AL. setzen ein 3D-DGV-System zur phasengemittelten Untersuchung der Strömung in den Abgaskrümmern eines geschleppten, aufgeladenen Verbrennungsmotors ein. FISCHER ET AL. untersuchen die Verbrennungsvorgänge in offenen Flammen. Besondere Beachtung muß hier das starke Hintergrundlicht finden, das bei der Verbrennung und durch das Glühen von Ruß und Tracerpartikeln entsteht [13]. Ihre Erfahrungen zum Einsatz der DGV als Momentanmeßverfahren im Nachlauf eines Hubschrauberrotors teilen MEYERS ET AL. in [32] mit. ROEHLE ET AL. beschreiben in [42] neueste Entwicklungen im Bereich der DGV bei der Optimierung von Turbomaschinenkomponenten.

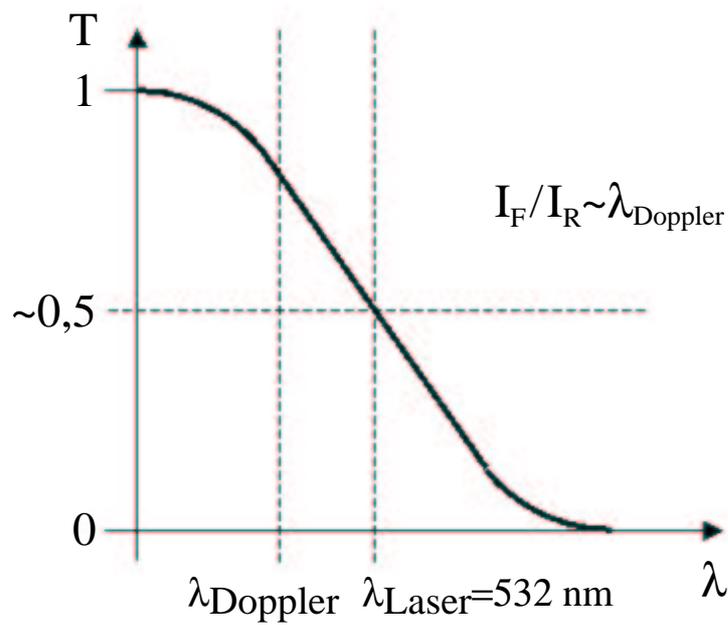
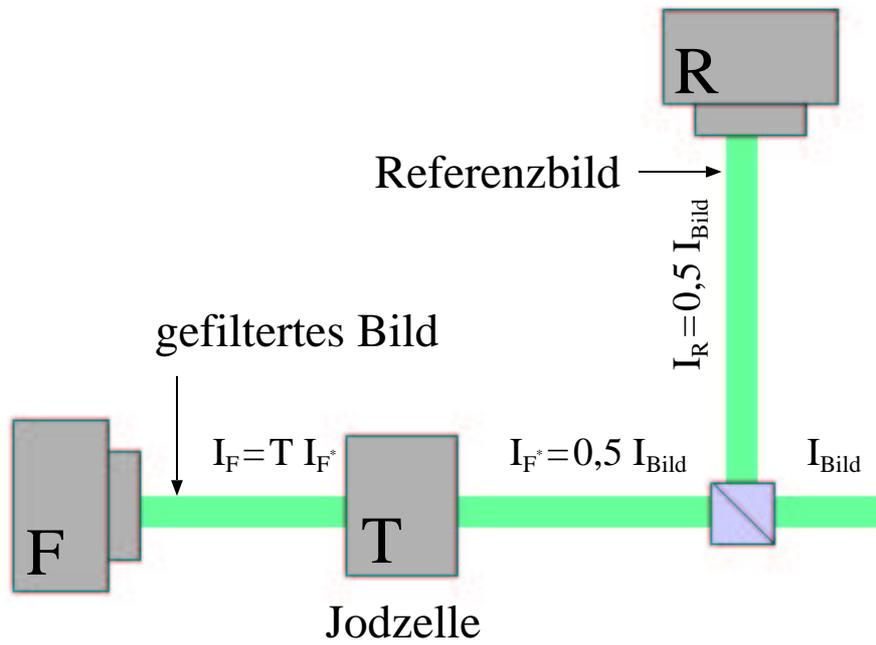


Abbildung 4.3: Prinzip der DGV-Geschwindigkeitsmessung

# 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation

**Inhalt des Kapitels** Die PIV wird mit einem weiteren laseroptischen Geschwindigkeitsmeßsystem und einer numerischen Simulation evaluiert, um nachzuweisen, daß sie für die exakte Untersuchung komplexer verfahrenstechnischer Strömungsvorgänge geeignet ist. Der hierzu verwendete Versuchsaufbau und die wesentlichen Elemente der numerischen Simulation werden dargelegt. Die Ergebnisse der drei Methoden für eine instationäre und eine quasistationäre Strömung werden an mehreren Orten verglichen und diskutiert.

## 5.1 Einleitung

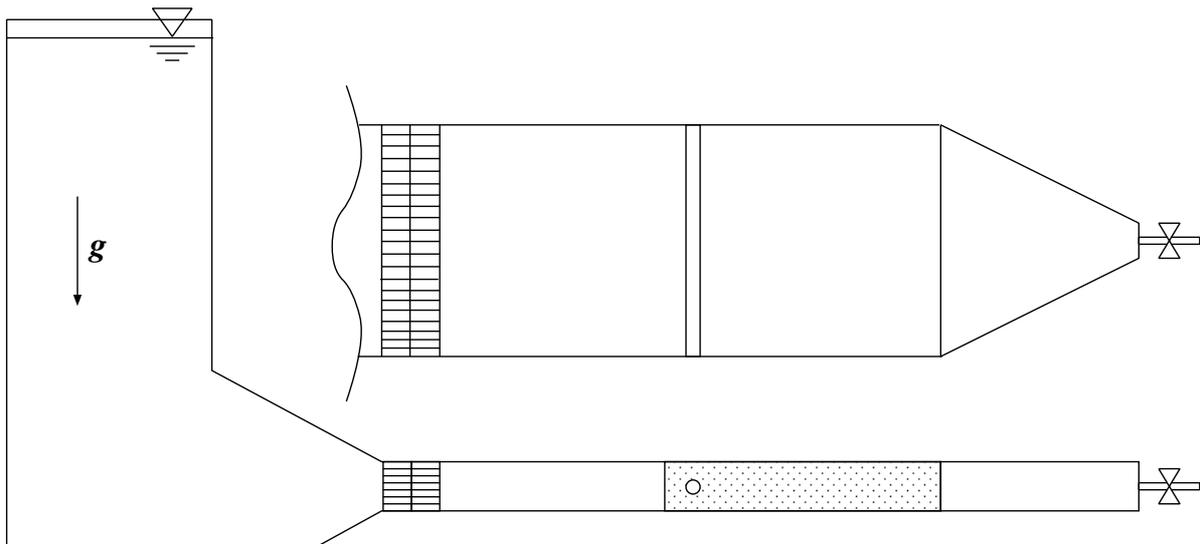
Zum Zeitpunkt des Beginns dieser Arbeit setzte die Entwicklung der PIV vom Stadium des Forschungsprojektes zum Endanwendersystem hin ein. Besonders mit Einführung der rein digitalen Variante (siehe [58]), bei der von der Bildaufnahme bis hin zur Auswertung und Darstellung der gesamte Prozeß digital abläuft, wurden zunehmend kommerzielle Komplettlösungen angeboten. Will man in Zukunft mit einem neuen System zuverlässige Resultate erzielen, besteht die Notwendigkeit, das neue System mit erwiesenermaßen genauen Methoden zu evaluieren. In diesem Fall besteht sowohl die Möglichkeit, die PIV an einem bewährten laseroptischen Verfahren – der LDV – zu messen und als auch ihre Ergebnisse mit denen zu vergleichen, die eine numerische Simulation erbracht hat.

Als Testfall wird hier die laminare Strömung eines inkompressiblen newtonschen Fluids hinter einem kreisförmigen Zylinder gewählt, die unter dem Namen *Kármánsche Wirbelstraße* bekannt und in der Literatur vielfach beschrieben worden ist. Da diese Strömung in der Vergangenheit intensiv erforscht wurde, wird sie gerne zur Validierung numerischer Simulationen benutzt. Aber auch heute noch findet die *Kármánsche Wirbelstraße* sogar außerhalb der Strömungsmechanik – z. B. in der medizinischen Radiologie – Interesse, da sie als Modellfall für durch krankhafte Veränderungen der Blutgefäße behinderte physiologische Strömungen gelten kann [36]. Zudem weist diese Strömung modellartig Merkmale auf, die auch bei der später beschriebenen Strömung durch einen statischen Mischer eine Rolle spielen. Bei beiden Strömungen handelt es sich um laminare Strömungen bei niedriger Reynolds-Zahl, sie werden durch einen von außen aufgeprägten Druckgradienten durch einen Kanal

getrieben, und es gibt in ihnen keine beweglichen Teile, sondern feste Einbauten, die das Fluid zwingen, auf einem anderen Wege zu fließen, als es der Achsrichtung des Kanals entspricht.

## 5.2 Versuchsaufbau zur Zylinderumströmung

Abbildung 5.1 zeigt eine Seitenansicht und eine teilweise Draufsicht des Versuchsaufbaues zur Realisierung der *Kármánschen Wirbelstraße*. Die gepunktete Teilfläche, die den Zylinder und seinen Nachlauf enthält, stellt das Gebiet dar, in dem das Auftreten von Wirbeln erwartet wird. In diesem Gebiet werden die Messungen und die numerische Simulation durchgeführt. Das Meßgebiet ist 352 mm lang, 65,6 mm hoch und 328 mm tief (senkrecht zur Zeichenebene). Der Zylinder hat einen Durchmesser von 16 mm und erstreckt sich mit 328 mm Länge über die gesamte Kanaltiefe. Die Messungen werden auf halber Kanaltiefe durchgeführt, da in der Symmetrieebene eine zweidimensionale Strömung angenommen werden kann.<sup>1</sup> Details werden in Abbildung 5.2 gezeigt. Dort definiert  $(\xi, \psi)$  ein dimensionsloses Koordinatensystem. Ortskoordinaten und Längen sind auf den Zylinderdurchmesser bezogen.



**Abbildung 5.1:** Zeichnung des Versuchsaufbaues (Draufsicht und Seitenansicht)

Am Kanaleintritt ist ein Strömungsgleichrichter angebracht, der die Einlaufeffekte reduziert, die durch die 90°-Umlenkung der Strömung vom Vorratsbehälter in den Kanal entstehen. Die Flüssigkeit (Wasser) wird durch eine Zentrifugalpumpe in den Vorratsbehälter gepumpt. Der Volumenstrom wird durch ein elektronisch regelbares Ventil auf den gewünschten Wert eingestellt und gleichzeitig gemessen. Hinter dem

<sup>1</sup> Die geometrischen Verhältnisse des zweidimensionalen Problems sind [51] entnommen.

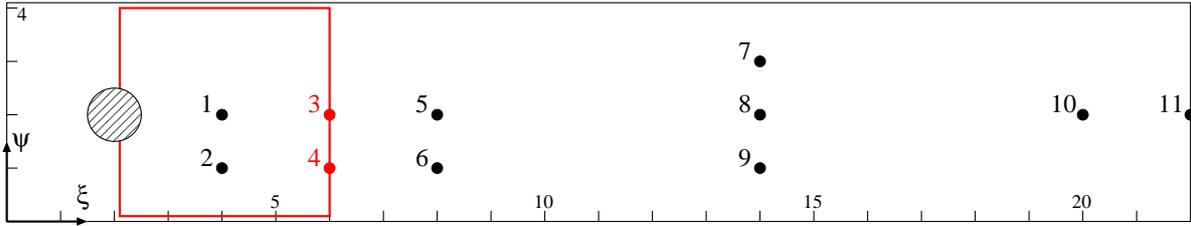


Abbildung 5.2: Geometrie des Kanals und Lage der Meßpunkte

Ventil fließt das Wasser in einen offenen Auffangbehälter und wird von dort zurück in den Vorratsbehälter gepumpt. Der geschlossene Kreislauf erlaubt es, dem Wasser nur einmal vor Beginn der Messungen die Streuteilchen hinzuzufügen. Ständig wird mehr Wasser in den Vorratsbehälter gepumpt, als für den gewünschten Volumenstrom erforderlich ist. Das überschüssige Wasser wird über einen Überlauf an der Oberkante des Vorratsbehälters wieder dem Auffangbehälter zugeführt. Dadurch wird der Pegel im Vorratsbehälter zu jeder Zeit konstant gehalten, so daß sich entlang des Kanals ein konstanter Druckgradient ergibt.

Für die LDV-Messungen wird ein Zwei-Komponenten-System der Firma DANTEC mit einem Argon-Ionen-Laser verwendet, das im Rückwärtsstrommodus betrieben wird.<sup>2</sup> Das Meßvolumen ( $0,1 \text{ mm} \times 0,1 \text{ mm} \times 2,4 \text{ mm}$ ) wird in der Symmetrieebene des Kanals, die senkrecht zum Zylinder orientiert ist, computergesteuert traversiert. Die Lage der Meßpunkte kann Abbildung 5.2 entnommen werden. Als Streuteilchen werden Titanoxid-Partikel mit einem mittleren Durchmesser von  $5 \text{ }\mu\text{m}$  verwendet.

Für die PIV-Messungen wird ein System der Firma OPTICAL FLOW SYSTEMS benutzt, das im wesentlichen aus einem Zwillings-Nd:YAG-Laser mit  $30 \text{ mJ}$  Pulsenergie pro Laser der Firma CONTINUUM, einer Kreuzkorrelationskamera KODAK ES 1.0 mit einem  $1 \text{ K} \times 1 \text{ K}$  CCD-Sensor und einem handelsüblichen PC besteht. Der PC ist mit  $512 \text{ MB}$  Arbeitsspeicher ausgerüstet, damit hinreichend lange Sequenzen der instationären Strömung aufgenommen werden können. Das Gebiet, das mit der CCD-Kamera beobachtet wird, wird durch ein Quadrat beschrieben, dessen untere linke Ecke bei  $(\xi = 2,1; \psi = 0,1)$  und dessen rechte obere Ecke bei  $(\xi = 6,0; \psi = 4,0)$  liegt. Um für die PIV-Messungen intensiveres Streulicht zu erreichen, werden hier als Streuteilchen silberbeschichtete hohle Glaskugeln mit einem mittleren Durchmesser von  $10 \text{ }\mu\text{m}$  verwendet.

Es wird eine Reynolds-Zahl  $Re$  definiert, die die stationäre Anströmung in der Mittelebene charakterisiert:

$$Re = \frac{u_m D \rho}{\eta} \quad (5.1)$$

Hierbei ist  $u_m$  die mittlere Horizontalgeschwindigkeit,  $\eta$  die newtonsche dynamische Viskosität,  $\rho$  die Fluidichte und  $D$  der Zylinderdurchmesser. Der Wert von  $u_m$  wird durch Integration des Anströmgeschwindigkeitsprofils über die Kanalhöhe bei

<sup>2</sup> Die Funktionsweise des Laser Doppler Velocimeters wurde in Kapitel 3 erläutert.

$\xi = -2$  berechnet. Der Volumenstrom wird so eingestellt, daß sich im Experiment eine Reynolds-Zahl von 100 ergibt.

Weiterhin werden für die Charakterisierung der periodischen Wirbelablösung eine Strouhal-Zahl  $Sr$  und eine dimensionslose Zeit  $\tilde{t}$  wie folgt eingeführt:

$$Sr = \frac{Df}{u_m}, \quad \tilde{t} = \frac{t\eta}{\rho D^2} \quad (5.2)$$

Hierin stellt  $f$  die Ablösefrequenz der Wirbel dar. Somit ergibt sich  $\tilde{t} = t/256$  s als dimensionsloser Zeitmaßstab. Alle Geschwindigkeiten werden mit  $u_m$  entdimensioniert.

Idealerweise ist die Anströmung voll entwickelt, stationär und weist ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil über der Kanalhöhe auf. Wie man in Abbildung 5.3(a) sehen kann, ist das Geschwindigkeitsprofil aber nicht wie erwartet parabelförmig. Außerdem erkennt man in Abbildung 5.3(b) eine kleine vertikale Geschwindigkeitskomponente ( $\approx 2\%$  von  $u_m$ ). Der Grund für die Abweichung von der Parabelform ist offensichtlich eine zu kurze Einlauflänge vor dem Zylinder; das Geschwindigkeitsprofil hat also nicht genug Raum, um sich vom Blockprofil zum Parabelprofil der voll ausgebildeten Kanalströmung umzuformen. Die Vertikalkomponente resultiert aus der  $90^\circ$ -Richtungsumlenkung der Strömung vom Vorratsbehälter in den Kanal, sie konnte aber durch den Strömungsgleichrichter am Kanaleintritt auf ein Mindestmaß reduziert werden. Die Abweichungen vom oben beschriebenen Idealfall haben aber keine negativen Auswirkungen auf den unten folgenden Vergleich mit der Numerik, da die gemessenen Geschwindigkeitsprofile als Eintrittsrandbedingung in die numerische Simulation eingehen.

### 5.3 Numerische Simulation

Ziel der numerischen Simulation<sup>3</sup> ist die Berechnung der Geschwindigkeit in der Mittelebene, die in Abbildung 5.2 gezeigt wird. Dabei wird angenommen, daß die Strömung in dieser Symmetrieebene zweidimensional ist, was durch Kontrollmessungen bestätigt wird. Mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  und dem Druck  $p$  basiert die Simulation auf der Bewegungsgleichung für ein inkompressibles isothermes Fluid

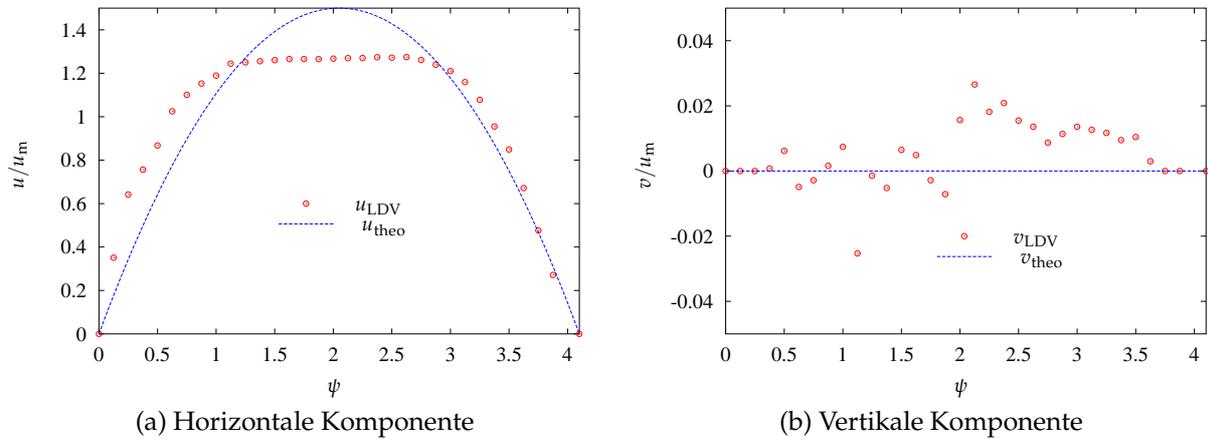
$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{L} \cdot \mathbf{v} \right) = -\text{grad } p + \text{div } \mathbf{T} + \mathbf{f} \quad (5.3)$$

und der Kontinuitätsgleichung

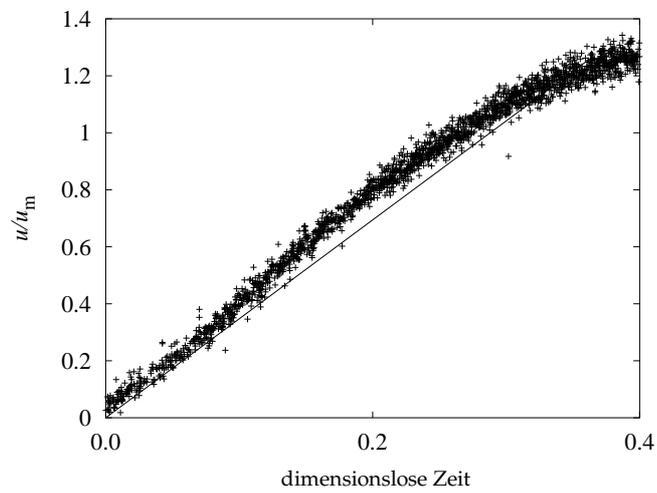
$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (5.4)$$

<sup>3</sup> Das von LUND entwickelte Verfahren wird ausführlich in [26] beschrieben. An dieser Stelle wird nur der unbedingt notwendige Einblick gegeben.

## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



**Abbildung 5.3:** Anströmgeschwindigkeitsprofil bei  $\xi = -2$



**Abbildung 5.4:** Hochfahren der Strömung bei  $\xi = -2, \psi = 2$

Hierin bezeichnet  $\mathbf{L}$  den Geschwindigkeitsgradiententensor  $\text{grad } \mathbf{v}$  und  $\mathbf{f}$  die Volumenkraftdichte. Im Fall eines newtonschen Fluids ist der Reibungsspannungstensor  $\mathbf{T}$  mit dem Verzerrungsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)$  durch  $\mathbf{T} = 2 \eta \mathbf{D}$  verbunden. Diese Gleichungen werden durch die Anfangsbedingung eines ruhenden Fluids, eine Haftbedingung an allen das Fluid begrenzenden Wänden und eine geeignete Austrittsbedingung ergänzt. Die Eintrittsgeschwindigkeit genüge der Gleichung

$$\mathbf{v}(y,t) = \mathbf{v}_s(y) f(t) \quad (5.5)$$

Dabei bezieht sich der Index  $s$  auf die stationäre Geschwindigkeit, die mittels der LDV gemessen wurde (vgl. Abbildung 5.3). Die Prozeßfunktion  $f(t)$  erlaubt eine kontinuierliche Änderung der Eintrittsgeschwindigkeit von 0 auf  $\mathbf{v}_s$  und approximiert den quasilinearen Geschwindigkeitsverlauf aus Abbildung 5.4. Verwendet man andere Funktionen  $f(t)$ , so wirkt sich das nur auf das Geschwindigkeitsfeld während des Hochfahrvorganges aus, aber nicht mehr auf die quasistationäre Strömung, nachdem die Wirbelablösung begonnen hat und die Eintrittsgeschwindigkeit unverändert  $\mathbf{v}_s(y)$  bleibt.

Die Simulation verwendet ein Galerkin Finite Elemente Verfahren, das auf isoparametrischen dreieckigen Taylor-Hood-Elementen mit einem quadratischen Ansatz für die Geschwindigkeit und einem linearen Ansatz für den Druck basiert. Das unstrukturierte Netz, das benutzt wird, um das Grundgebiet aus Abbildung 5.2 zu diskretisieren, wird in Abbildung 5.5 gezeigt. Seine Ausdehnung wird durch  $-2 \leq \xi \leq 22$  und  $0 \leq \psi \leq 4,1$  beschrieben und hat ungefähr 28 500 Unbekannte. Die räumliche Diskretisierung führt auf ein semi-diskretes, gekoppeltes und nichtlineares Gleichungssystem. Zusammen mit der impliziten Zeitdiskretisierung zweiter Ordnung wird dieses System in ein System algebraischer nichtlinearer Gleichungen überführt, das dann zu jedem Zeitschritt gelöst werden muß. Die Schrittweite wird durch eine automatische Schrittweitensteuerung gewählt, die auf einer Schätzung des lokalen Fehlers beruht. Zu Beginn der Simulation kann man einen starken Anstieg der Zeitschrittweite beobachten, die mit beginnender Wirbelablösung wesentlich abnimmt und sich dann periodisch verändert.

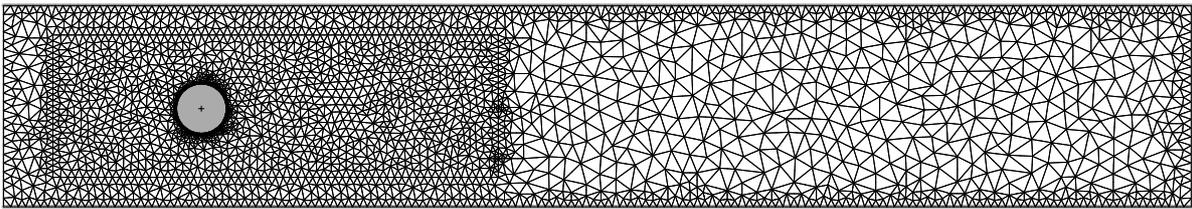


Abbildung 5.5: Finite-Elemente Netz mit 28 500 Unbekannten

## 5.4 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der PIV mit den Referenzergebnissen aus der LDV und der numerischen Simulation verglichen. Zuerst werden in Abschnitt 5.4.1 Ergebnisse aus dem Hochfahrvorgang der Strömung von der Ruhe in den quasistationären Zustand vorgestellt. Darauf folgen in Abschnitt 5.4.2 die Ergebnisse für die voll ausgebildete *Kármánsche Wirbelstraße*.

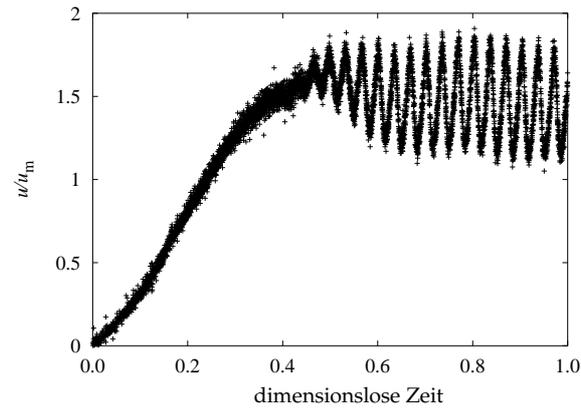
### 5.4.1 Ergebnisse für das Anfahren der Kármánschen Wirbelstraße

Das Öffnen des Ventils am Kanalaustritt bewirkt das Anlaufen der Strömung im Kanal. Die mittlere Geschwindigkeit der Strömung stromauf des Zylinders steigt während einer Zeitspanne  $\Delta \tilde{t} = 0,35$  nahezu linear von Null auf den maximalen Wert an. Sie wird an der Stelle ( $\xi = -2, \psi = 2$ ) mit der LDV gemessen (vgl. Abbildung 5.4: Punkte – LDV-Messungen, durchgezogene Linie – Näherung für die Simulation). Danach bleibt der Massenstrom konstant und das Anströmgeschwindigkeitsprofil bei  $\xi = -2$  wird mit der LDV aufgenommen (siehe Abbildung 5.3). Wie zuvor beschrieben, geht diese Messung als Randbedingung in die numerische Simulation ein.

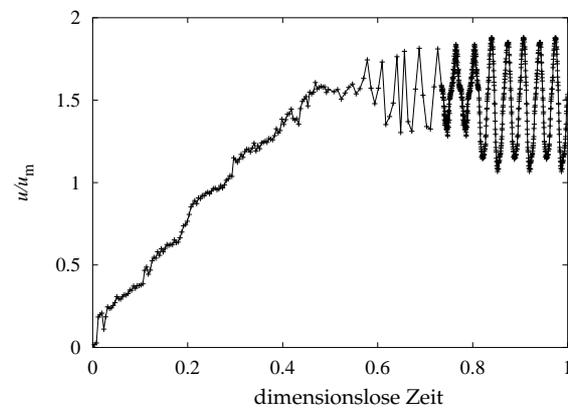
In Abbildung 5.6 ist die Horizontalgeschwindigkeit an Punkt 4 während des Anfahrvorganges dargestellt, wie sie mit der LDV und der PIV gemessen und durch die Simulation berechnet wurde. Die Geschwindigkeit nimmt während des Anfahrvorganges zu und zeigt unmittelbar nach Erreichen des konstanten Massenstromes Oszillationen, deren Amplitude mit der Zeit größer wird. Vergleicht man die Messungen mit den Ergebnissen der Simulation, findet man sowohl für die Amplitude als auch für die Frequenz gute Übereinstimmung. Das frühere Einsetzen der Oszillationen in den Experimenten mag in kleinen Störungen im Versuchsaufbau begründet sein.

Abbildung 5.7 zeigt PIV-Ergebnisse für einen Ausschnitt des gesamten Strömungsfeldes während des Anfahrvorganges. Als ein Beispiel für eine instationäre, nicht-periodische Strömung werden hier ausgewählte Stromlinien und eine Komponente des Wirbelvektors (links) sowie Geschwindigkeitsvektoren und die Horizontalgeschwindigkeit (rechts) für zwei verschiedene Zeitpunkte gezeigt, zu denen noch keine Wirbelablösung auftritt. Man beobachtet ein sich mit der Zeit vergrößerndes Totwassergebiet, in dem die Geschwindigkeiten nahe bei Null liegen. Die Wirbelstärke dringt von den Kanalwänden und von der Zylinderwand her in die Strömung ein und nimmt ebenfalls im Laufe der Zeit an Intensität zu.

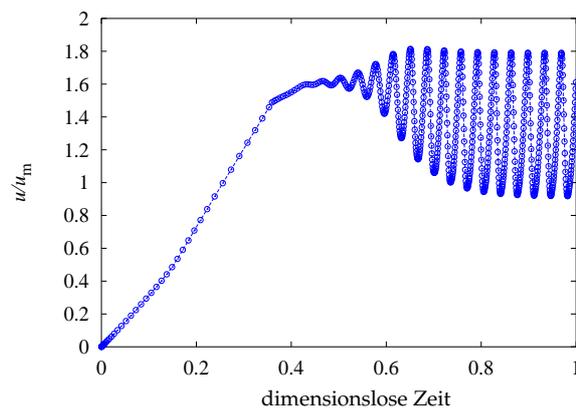
## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



(a) Ergebnisse der LDV



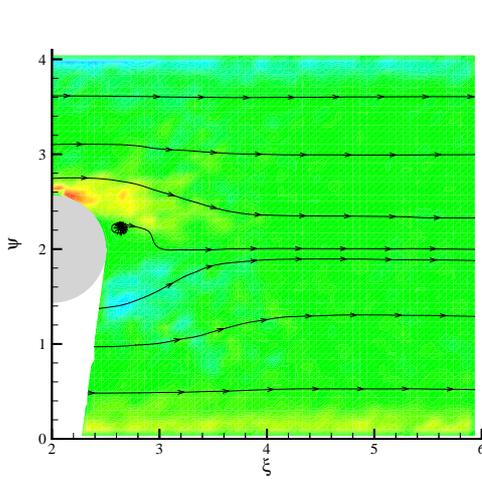
(b) Ergebnisse der PIV



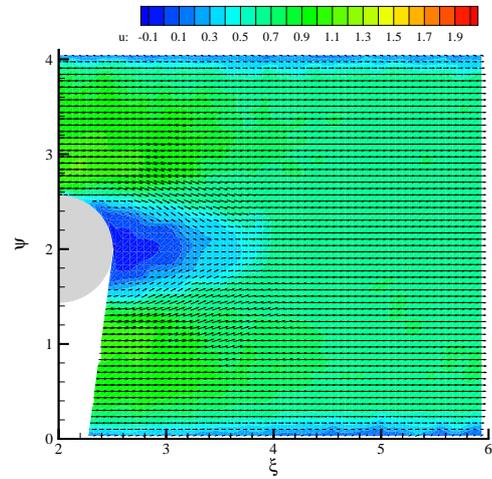
(c) Ergebnisse der numerischen Simulation

**Abbildung 5.6:** Horizontalgeschwindigkeit an Punkt 4 während des Anfahrvorganges

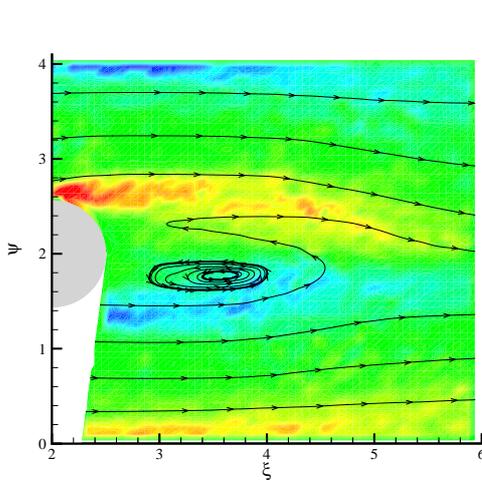
## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



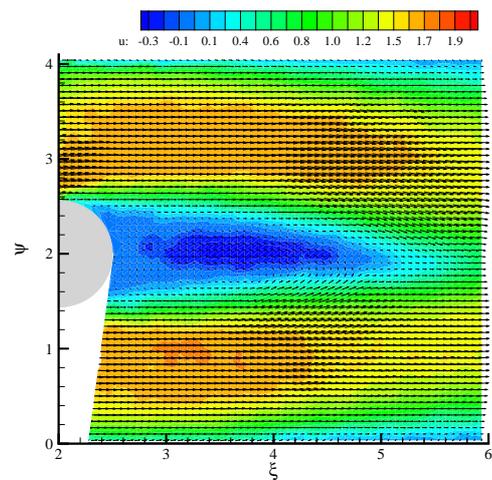
(a) Stromlinien und Wirbelvektorkomponente bei  $\tilde{t} = 0,144$



(b) Geschwindigkeitsvektoren und Horizontalgeschwindigkeit bei  $\tilde{t} = 0,144$



(c) Stromlinien und Wirbelvektorkomponente bei  $\tilde{t} = 0,324$



(d) Geschwindigkeitsvektoren und Horizontalgeschwindigkeit bei  $\tilde{t} = 0,324$

**Abbildung 5.7:** PIV-Ergebnisse während des Anfahrvorganges

### 5.4.2 Ergebnisse für die periodische Kármánsche Wirbelstraße

Nachdem sich der quasistationäre Zustand eingestellt hatte, wurden mit der LDV die Geschwindigkeiten an den Punkten 1–11 und mit der PIV die Geschwindigkeiten in dem in Abbildung 5.2 gekennzeichnetem Quadrat gemessen. Mit der LDV als einer Punktmeßtechnik ist man nicht in der Lage, die Geschwindigkeiten an mehreren Orten zur selben Zeit zu bestimmen, wie es mit der PIV oder der Simulation möglich ist. Aus diesem Grund wurde ein beliebiges Zeitintervall von  $\Delta \tilde{t} = 0,2$  gewählt, für das die verschiedenen Ergebnisse verglichen werden. Man beachte, daß die Phasenlage der Geschwindigkeitsoszillationen daher unterschiedlich sein wird. Weiterhin hängt bei der LDV die Form, d. h. die zeitliche Auflösung der gezeigten Geschwindigkeitsverläufe von der Anzahl der Partikel ab, die das Meßvolumen passieren, und damit wiederum von der augenblicklichen Geschwindigkeit selbst. Aus diesem Grund häufen sich die Meßwerte an den Geschwindigkeitsmaxima (vgl. Abbildung 5.9(a)). Während dieser Experimente betrug die Frequenz, mit der für die PIV die Bildpaare aufgenommen wurden, 10 Hz, so daß in Übereinstimmung mit dem NYQUIST-Kriterium auch Feinstrukturen in den Geschwindigkeitsverläufen aufgelöst werden konnten.

Im folgenden werden die Ergebnisse der LDV, der PIV und der numerischen Simulation für zwei Meßpunkte (3 und 4) miteinander verglichen. Im allgemeinen stimmen Experimente und Simulation sowohl qualitativ als auch quantitativ gut überein. Die Form der Oszillationen wird durch alle drei Methoden auf gleiche Weise wiedergegeben (siehe Abbildungen 5.8 und 5.9). Sogar auffallende Feinstrukturen der Vertikalgeschwindigkeit finden sich sowohl in den experimentellen als auch den numerischen Ergebnissen (siehe Abbildungen 5.9(a), 5.9(b) und 5.9(c)). Die Markierungen in den Geschwindigkeitsverläufen repräsentieren gemessene Partikel (LDV), Ergebnisse der Kreuzkorrelation aufeinanderfolgender Bildpaare (PIV) und Zeitschritte (Simulation). Die unterschiedlichen Amplituden bei der Horizontalgeschwindigkeit können ihre Ursache in einer Unsicherheit bei der Bestimmung des exakten Meßortes in den Experimenten haben. Bemerkenswert ist allerdings, daß die Verläufe von LDV und PIV kaum voneinander abweichen. Die Strouhal-Zahl, die aus den Messungen abgeleitet werden kann, liegt bei 0,271 (PIV) und 0,281 (LDV) und ergibt sich aus der Simulation zu 0,283.

Die oben besprochenen Abbildungen lassen die räumlich-zeitliche Struktur der *Kármánschen Wirbelstraße* nicht erkennen. Hier kann die PIV als Feldmeßtechnik Erkenntnisse über das zeitabhängige Geschwindigkeitsfeld liefern. Es ist nicht möglich, mit der LDV ähnliche Feldinformationen zu erhalten, da sie als Punktmeßtechnik nur an einem Ort die Geschwindigkeit über der Zeit aufnehmen kann. Für die Ergebnisse weiterer Messungen an anderen Orten läßt sich keine gemeinsame Zeitachse finden. Abbildung 14 zeigt einen Ausschnitt aus der *Kármánschen Wirbelstraße*. Bei  $\Psi = 0$  und bei  $\Psi = 4,1$  befinden sich feste Wände. Der Zylinder wird von links stationär angeströmt. Ab einer gewissen Reynolds-Zahl liegt die Strömung nicht mehr symme-

trisch am Zylinder an, sondern beginnt sich abzulösen, und es entstehen Wirbel, die periodisch oben und unten an der Zylinderwandung abreißen und fortschwimmen. Der Geschwindigkeitsbetrag ist hier als Konturplot gezeigt; hohe Geschwindigkeiten sind rot dargestellt, niedrige blau. Zusätzlich sind die augenblicklichen Stromlinien eingezeichnet. An ihnen kann man gut die Wirbelstruktur hinter dem Zylinder erkennen. Um den Umfang der gezeigten Daten zu reduzieren, wird nur jedes zweite PIV-Bildpaar ( $\Delta \tilde{t} = 6 \cdot 10^{-3}$ ) und das dazugehörige Ergebnis der Simulation gezeigt. Im Vergleich von rechter und linker Seite erkennt man die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik.

Einen Ausschnitt aus dem Nachlauf des Zylinders mit Meßpunkt 1 in der Mitte sieht man in Abbildung 5.11. Es ist ebenfalls der Geschwindigkeitsbetrag als farbiger Konturplot dargestellt. Zusätzlich sind hier nicht die Stromlinien gezeichnet, sondern die Geschwindigkeitsvektoren selbst. Ein Wirbelkern bewegt sich von der linken oberen Ecke zur rechten unteren Ecke des Ausschnittes. Auch hier ist die im Detail gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik bemerkenswert.

### 5.5 Zusammenfassung

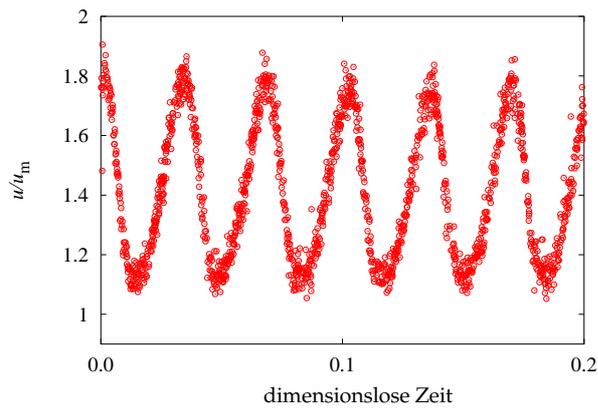
Die PIV- und LDV-Messungen lieferten experimentelle Informationen über die zeitliche Entwicklung und die räumliche Struktur der *Kármánschen Wirbelstraße* in einer ganzen Ebene bzw. an einzelnen Punkten. Die Ergebnisse wurden mit denen einer numerischen Simulation verglichen. Trotz der tatsächlichen Dreidimensionalität des Versuchsaufbaues und der in der Nähe der vorderen und hinteren Kanalwände auftretenden Wandeinflüsse konnte in der Mittelebene eine sehr gute Übereinstimmung mit zweidimensionalen Berechnungen festgestellt werden.<sup>4</sup>

Die Ergebnisse der PIV-Messungen belegen, daß es bei hoher Genauigkeit möglich ist, den Anwendungsbereich der PIV von der statistischen Auswertung turbulenter Strömungen auf die Erfassung von instationären Strömungen auszudehnen, die nicht auf externe Ereignisse getriggert werden können, wie es z. B. bei Strömungsmaschinen mit dem Drehwinkel möglich ist.

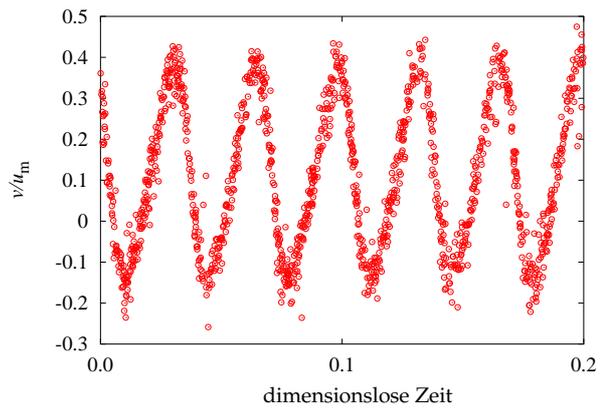
---

<sup>4</sup> Siehe [9] und [60] für die Empfindlichkeit der *Kármánschen Wirbelstraße* gegenüber dreidimensionalen Effekten.

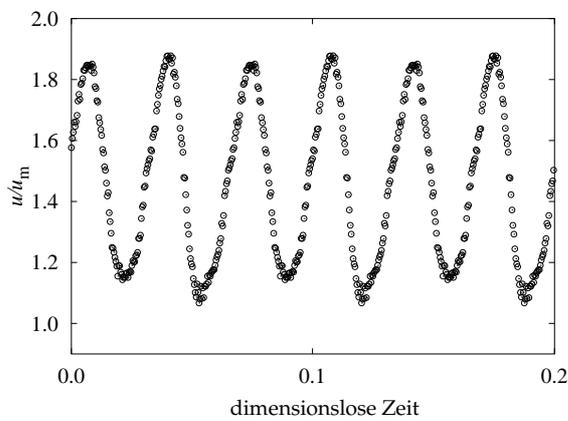
## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



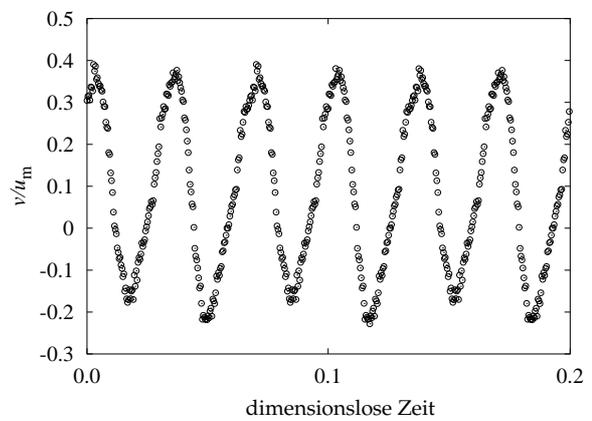
(a) Horizontalgeschwindigkeit – LDV



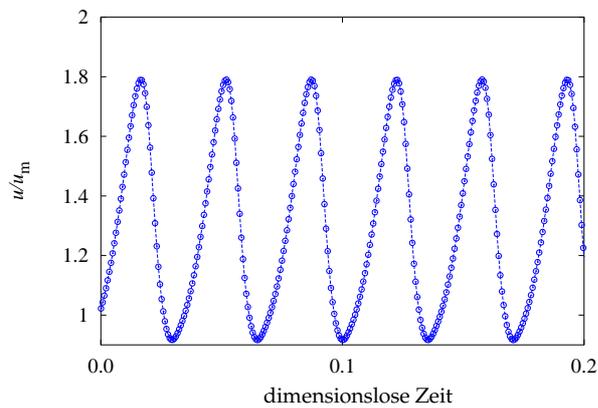
(b) Vertikalgeschwindigkeit – LDV



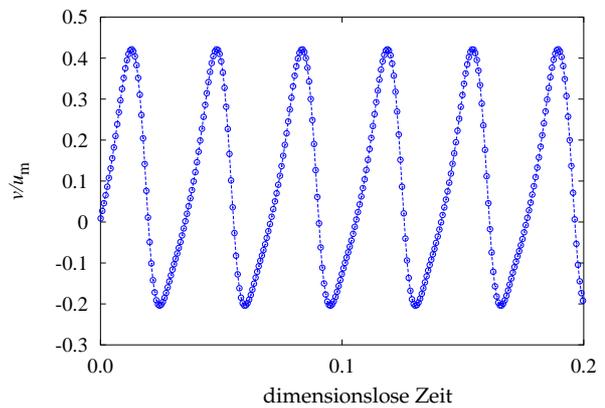
(c) Horizontalgeschwindigkeit – PIV



(d) Vertikalgeschwindigkeit – PIV



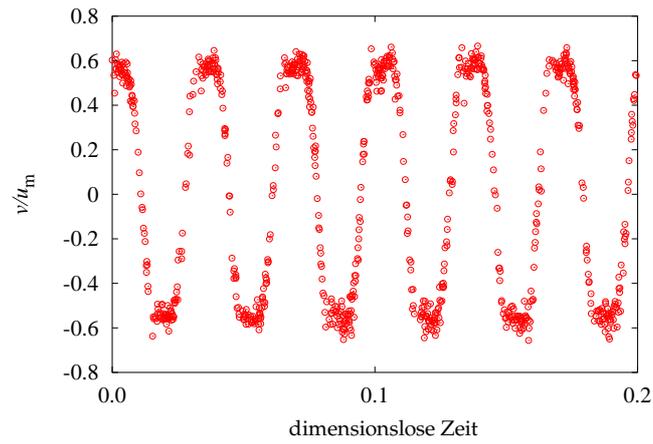
(e) Horizontalgeschwindigkeit – numerische Simulation



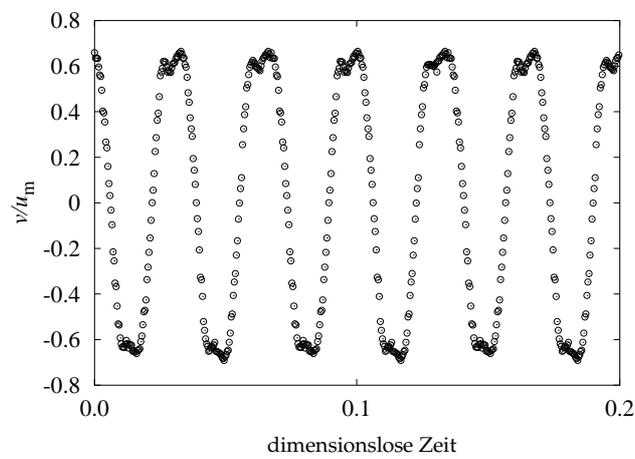
(f) Vertikalgeschwindigkeit – numerische Simulation

Abbildung 5.8: Ergebnisse an Punkt 4

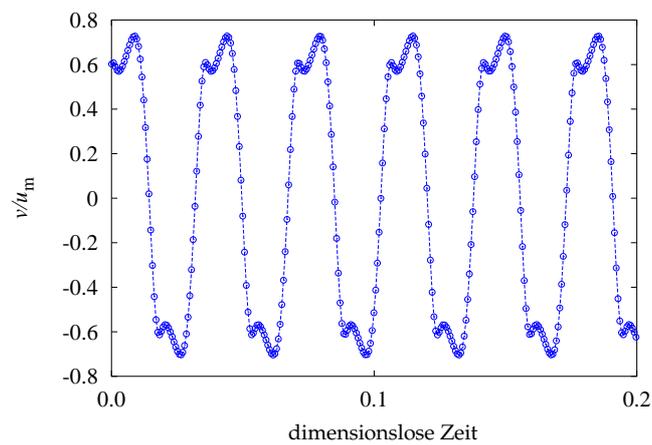
## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



(a) Vertikalgeschwindigkeit – LDV



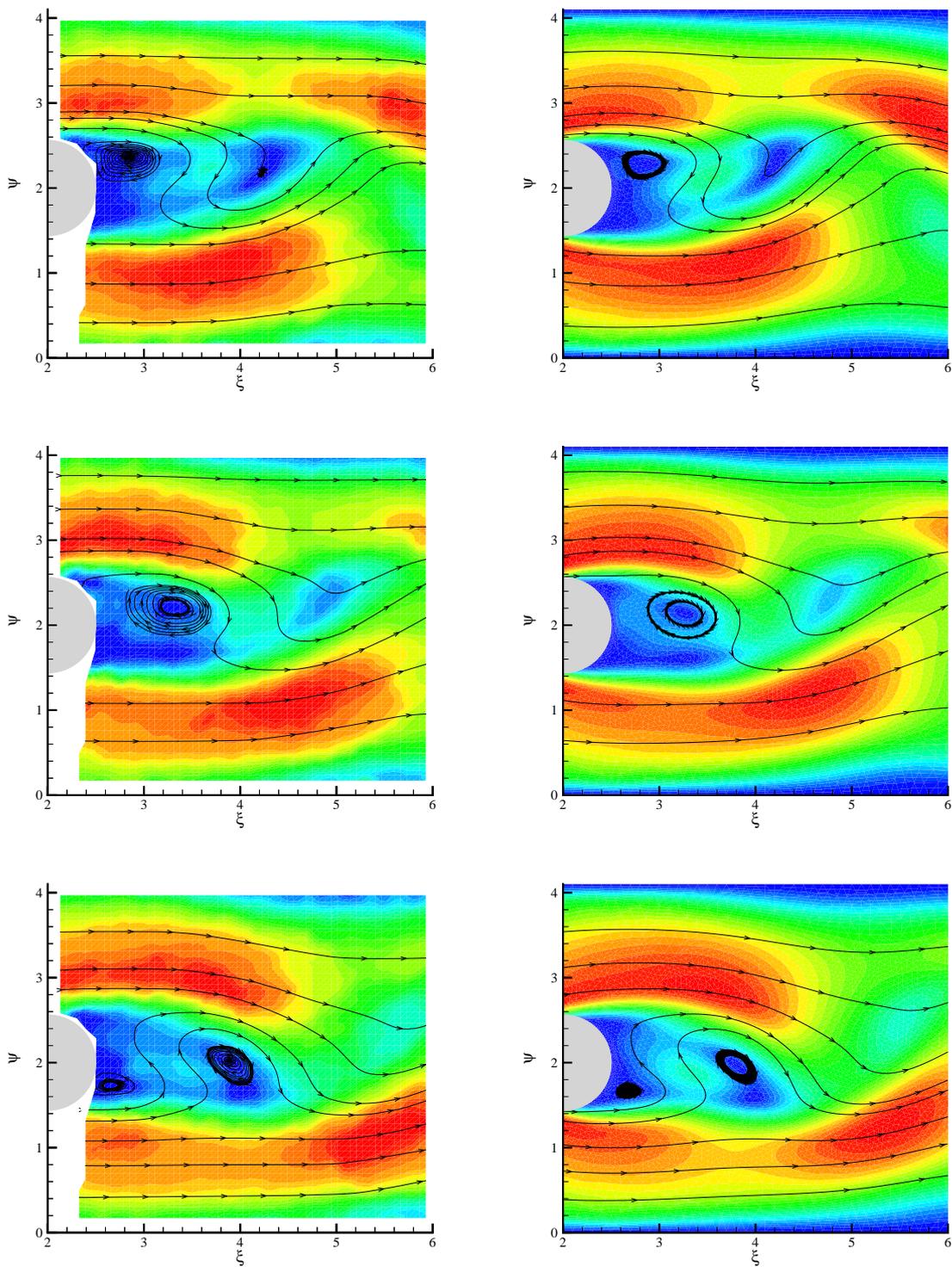
(b) Vertikalgeschwindigkeit – PIV



(c) Vertikalgeschwindigkeit – numerische Simulation

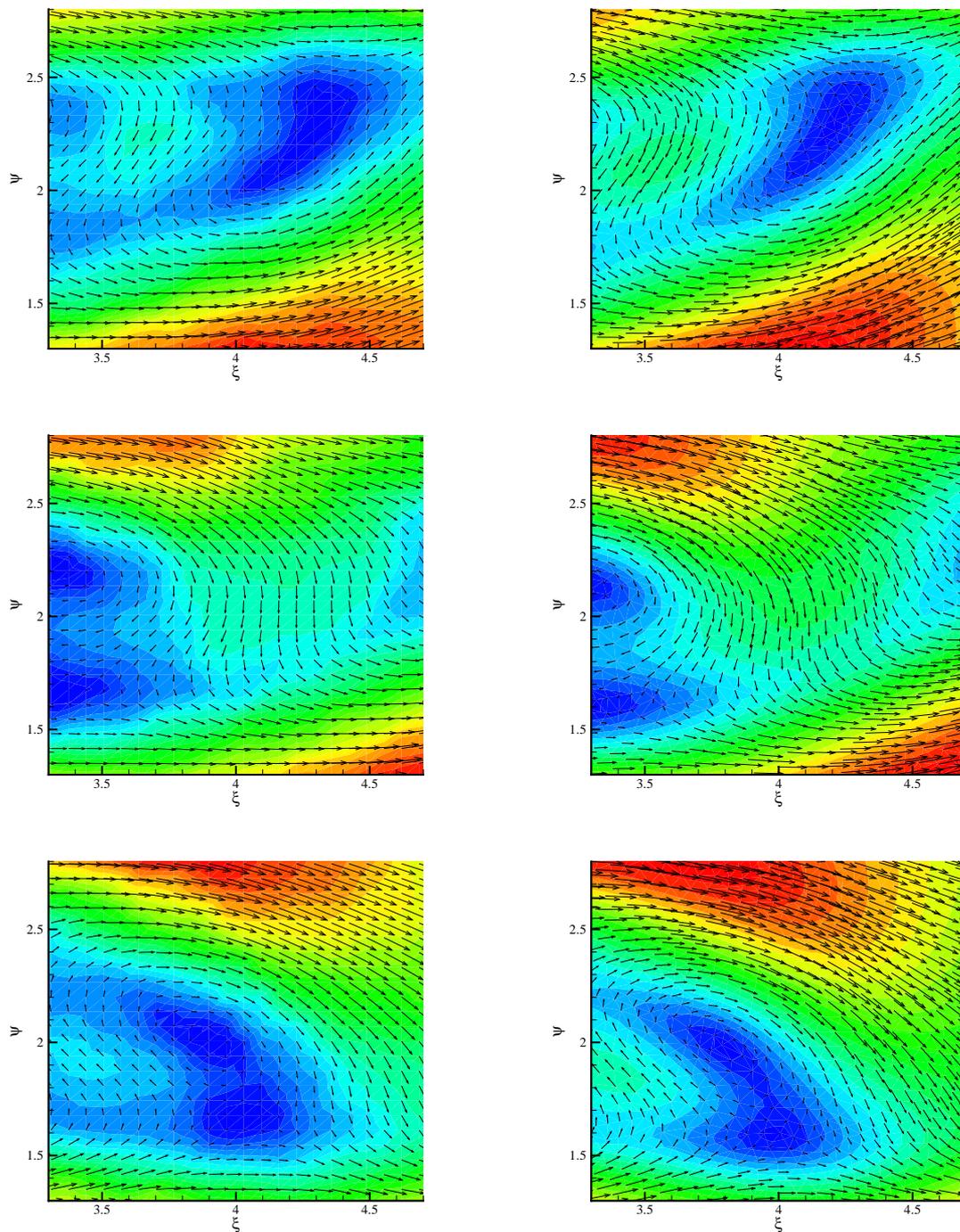
**Abbildung 5.9:** Ergebnisse an Punkt 3

## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



**Abbildung 5.10:** Konturplot des Geschwindigkeitsbetrages und der Stromlinien im zeitlichen Abstand von 1,5 s; links PIV, rechts numerische Simulation

## 5 Evaluierung der PIV mittels LDV und numerischer Simulation



**Abbildung 5.11:** Konturplot des Geschwindigkeitsbetrages und der Geschwindigkeitsvektoren im zeitlichen Abstand von 1,5 s; links PIV, rechts numerische Simulation

## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation

**Inhalt des Kapitels** *Die eigene Implementierung der direkten Kreuzkorrelation wird durch Ergebnisse der Evaluierung der PIV motiviert. Die grundlegenden Methoden zur Auswertung von Partikelbildern werden vorgestellt. Der Hintergrund zur Anwendung der Fourier-Transformation für die Implementierung der Kreuzkorrelationsfunktion wird erarbeitet. Die dabei auftretenden Artefakte werden diskutiert. Anschließend wird der eigene Algorithmus zur direkten Kreuzkorrelation erläutert. Es folgt ein Vergleich häufig verwendeter Auswertemethoden, dessen Ergebnisse auf drei unterschiedliche Arten dargestellt werden.*

### 6.1 Einleitung und Motivation

Die PIV ist eine junge Meßtechnik, daher befassen sich viele Untersuchungen mit ihrer Verbesserung. Auf die Entwicklungen im Bereich der Hardware soll hier nicht eingegangen werden, vielmehr auf die Weiter- und Neuentwicklung von Algorithmen zur Bestimmung der Partikelverschiebung zwischen den beiden Bildern. Fast alle Programme verwenden heutzutage Korrelationsalgorithmen. Diese werden besonders von Herstellern kommerzieller Systeme nicht direkt, sondern unter Verwendung der schnellen Fourier-Transformation (*Fast-Fourier-Transformation* – FFT) implementiert. Dies geschieht aus Gründen der Rechengeschwindigkeit (siehe hierzu Abschnitt 2.6.1). Obwohl diese Implementierung einige Nachteile bezüglich der Flexibilität der Größe und Form der Teilbilder und der Genauigkeit der berechneten Geschwindigkeiten aufweist, findet sich darüber sehr wenig in der einschlägigen Literatur. Aus diesem Grund soll anhand von Beispielen aus der eigenen Forschungstätigkeit hierauf ein verstärktes Augenmerk gerichtet werden.

Blättert man zu Abbildung 5.6(b) zurück, fällt der treppenartige Anstieg der Horizontalgeschwindigkeit auf. Bei den Ergebnissen aus der LDV und der numerischen Simulation erfolgt der Anstieg ohne diese auffälligen Stufen. Während der Versuche wurde der Volumenstrom tatsächlich auch linear gesteigert, so daß es sich bei den Ergebnissen der PIV um Fehler handeln muß.

Nur Abbildung 5.6(b) wurde zur Veranschaulichung des Problems noch mit dem vorhandenen kommerziellen Softwarepaket erzeugt. Alle anderen Abbildungen in Kapitel 5 basieren schon auf der weiter unten erläuterten Verbesserung des Kreuzkorre-

lationsalgorithmus. Augenfällig werden solche Anomalien in Geschwindigkeitsverläufen, wenn man das richtige Ergebnis kennt. Im Nachlauf des Zylinders fallen Unregelmäßigkeiten nicht so stark auf, da dort ein ausgeprägt instationäres Geschwindigkeitsfeld vorliegt. Als treppenartige Verläufe das erste Mal auftraten, wurde daher zur weiteren Untersuchung das Gebiet stromauf des Zylinders gewählt, da in diesem Gebiet mit Sicherheit nur stationäre Geschwindigkeitsprofile mit einem glatten Verlauf existieren.

### 6.2 Methoden zur Auswertung von Partikelbildern

Man unterscheidet in Abhängigkeit der Bilddichte zwischen drei verschiedenen Methoden zur Auswertung von Partikelbildern:

- Particle Tracking Velocimetry (PTV) bei niedriger Bilddichte,
- Particle Image Velocimetry (PIV) bei mittlerer bis hoher Bilddichte und
- Laser Speckle Velocimetry (LSV) bei sehr hoher Bilddichte.

Bei niedriger Bilddichte ist der mittlere Abstand zwischen zwei Partikeln deutlich größer als der Partikelbilddurchmesser, es finden sich also auf dem Bild nur vereinzelt Partikel, die in der Regel auch nicht überlappen. Hier muß ein Verfolgen einzelner Partikel stattfinden. Folglich erhält man die Geschwindigkeitsdaten nicht auf einem regelmäßigen Gitter, sondern nur an den tatsächlichen Partikelpositionen. Als Ergebnis liegt ein unregelmäßiges, recht grobmaschiges Geschwindigkeitsfeld vor, das für weitere Auswertungen wie z. B. der Bestimmung der Wirbelstärke nicht geeignet ist.

Bei sehr hoher Bilddichte hingegen ist der mittlere Abstand zwischen zwei Partikeln sehr viel kleiner als der Partikelbilddurchmesser, die meisten Partikelbilder überlappen sich. Hieraus entsteht ein sogenanntes *Specklemuster*, das man auch von der diffusen Reflektion von Laserlicht an rauhen Oberflächen kennt. Die Korrelationsalgorithmen beginnen zu versagen und zunehmend falsche Verschiebungswerte zu liefern.

Bei mittlerer bis hoher Bilddichte hingegen ist der mittlere Abstand zwischen zwei Partikeln ungefähr genauso groß wie der Partikelbilddurchmesser. Es überlappen nur wenige Partikel, so daß man in der Regel noch die einzelnen Partikel erkennen kann. Andererseits finden sich auch in kleinen Teilbildern noch so viele Partikelbilder, daß der Korrelationsalgorithmus zuverlässig arbeitet und auf einem regelmäßigen und feinmaschigen Gitter Verschiebungswerte berechnen kann.

Im weiteren Verlauf wird nur der Fall der mittleren bis hohen Bilddichte (PIV) betrachtet, da er am häufigsten realisiert wird und die besten Ergebnisse bereitstellt. Einige Autoren haben neue Termini für PIV vorgeschlagen, wie z. B. FINCHAM mit *Correlation Image Velocimetry (CIV)* in [12]. Dieser Begriff stellt eine nicht notwendige Einschränkung dar, da es außer Korrelationsverfahren, die nach der größten Überein-

stimmung zwischen zwei Signalen suchen, auch Verfahren zur Auswertung von Partikelbildern gibt, die sich nicht des Korrelationsalgorithmus bedienen. So stellen GUI und MERZKIRCH in [19] das *Mean Quadratic Difference (MQD)*-Verfahren vor, das nach dem kleinsten Unterschied zwischen zwei Signalen sucht. Dieses vielversprechende Verfahren soll in den unten folgenden Vergleich von FFT-basierter Kreuzkorrelation (FFT-CC) und direkter Kreuzkorrelation (D-CC) einbezogen werden. Der Schwerpunkt dieses Vergleiches wird aber auf die Techniken gelegt, die Korrelationsalgorithmen verwenden – genauer gesagt auf den Fall, bei dem die zwei aufeinander folgenden Belichtungen des Partikelmusters auf verschiedenen Bildern erfolgen. In diesem Fall wird die Partikelverschiebung über Kreuzkorrelationsalgorithmen berechnet.

An dieser Stelle sei kurz aus Abschnitt 2.6.1 das Wichtigste wiederholt: die Kreuzkorrelationsfunktion für zwei diskret abgetastete Bilder, wie sie die weit verbreiteten CCD-Kameras liefern, ist definiert als:

$$\Phi_{fg}(m,n) = \sum_i \sum_j f(i,j) g(i+m,j+n) \quad (6.1)$$

Aus den genannten Gründen wird zur Auswertung dieser Formel fast ausschließlich die FFT verwendet. Noch vor wenigen Jahren, als selbst leistungsfähige Workstations nicht schnell genug waren, um die obige Gleichung in annehmbaren Zeiten direkt auszuwerten, war die Verwendung der FFT damit eine wesentliche Voraussetzung für die Akzeptanz der PIV. Die fast ausnahmslose Anwendung der FFT zur Berechnung der Kreuzkorrelation führte dazu, daß vielfach FFT und Kreuzkorrelation als Synonyme benutzt werden. An vielen Stellen kann man daher lesen, daß die PIV-Aufnahmen mit der FFT ausgewertet werden, so z. B. in [45], [47] [48], [29] oder [38].

### Hintergrund zur Anwendung der Fourier-Transformation

Der Zusammenhang zwischen der Kreuzkorrelation und der Fourier-Transformation bzw. ihrer beschleunigten Variante (Fast-Fourier-Transformation) ist nicht unmittelbar zu sehen. Das Bindeglied und damit die Begründung der Anwendbarkeit der FFT zur Auswertung der Kreuzkorrelationsfunktion stellt das *Faltungstheorem* dar. Ausgangspunkt der Überlegung ist die Identität der Kreuzkorrelation von  $f(i,j)$  und  $g(i,j)$  mit der Faltung der beiden Funktionen:

$$f(i,j) * g(i,j) = \sum_i \sum_j f(i,j) \times g(i+m,j+n) \quad (6.2)$$

Das Faltungstheorem besagt nun, daß die Faltung im Ortsraum der Multiplikation im Fourier-Raum äquivalent ist:

$$f(x,y) * g(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)G(u,v) \quad (6.3)$$

Hierbei sind  $F(u,v)$  und  $G(u,v)$  die Fourier-Transformierten von  $f(x,y)$  und  $g(x,y)$ . Man beachte dabei, daß  $F(u,v)$ ,  $G(u,v)$  sowie  $f(x,y)$  und  $g(x,y)$  Funktionen kontinuierlicher Variablen sind.

## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation

Die Fourier-Transformierte einer zweidimensionalen räumlichen Funktion ist definiert als:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (6.4)$$

Die Fourier-Transformation ist demnach für Funktionen kontinuierlicher Variablen über einem unendlich ausgedehnten Grundgebiet definiert. Will man die Erkenntnisse der Systemtheorie nutzen und die Analyse von gemessenen Signalen anstatt im Zeit- bzw. Ortsraum im Frequenzraum unter Anwendung der Fourier-Transformation vornehmen, verwendet man deren Formulierung für diskrete Signale. Ist  $f(i, j)$  also eine diskret vorliegende Funktion, so kann man ihre Fourier-Transformierte wie folgt formulieren:

$$F(u, v) = \frac{1}{M N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) \exp[-j2\pi(ui/M + vj/N)] \quad (6.5)$$

Dabei impliziert man, daß sich das Signal außerhalb des betrachteten Intervalls periodisch wiederholt. Diese implizite Annahme zieht nach [14] einige Fehlerquellen nach sich, die im Falle der PIV nicht eliminiert werden können. Es stellt sich somit die Frage, ob der Faltungssatz ohne negative Folgen auch für die diskret vorliegenden Signale der PIV (Partikelbilder) auf einem endlichen Grundgebiet anwendbar ist.

$$f(i, j) * g(i, j) \stackrel{?}{\Leftrightarrow} F(u, v)G(u, v)$$

GUI ET AL. haben durch systematische Auswertung der Korrelationsbeiträge bei periodischer Fortsetzung der Bildinformation in [20] nachgewiesen, daß dies nicht der Fall ist.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die direkte Kreuzkorrelationsfunktion nach Gleichung 6.1 auf endlich ausgedehnten Grundgebieten wohl definiert und deshalb perfekt für die Bearbeitung von endlich großen Teilbildern geeignet ist. Hingegen ist die FFT nur über unendlich ausgedehnten Grundgebieten wohl definiert. Um die FFT nun dennoch anwenden zu können, müssen die endlichen Grundgebiete ins Unendliche fortgesetzt werden. Die Frage, wie dies angemessen zu geschehen hat, muß mit besonderer Sorgfalt behandelt werden. Für welche Art der Fortsetzung man sich aber auch entscheidet: die Originalinformation wird durch zusätzliche Informationen verfälscht. Die zwei gebräuchlichsten Arten sind das Auffüllen des Grundgebietes mit Nullen (zero-padding) und das periodische Fortsetzen des endlichen Grundgebietes ins Unendliche.

Einige weitere Aspekte bei der Verwendung der FFT-basierten Kreuzkorrelation werden häufig nicht erwähnt oder werden zu oft vernachlässigt. Die wesentliche Einschränkung der FFT ist, daß die beiden Teilbilder, die korreliert werden sollen, dieselbe quadratische Größe haben müssen. Darüber hinaus ist für eine effiziente Programmierung der FFT, die deren Einsatz aus Geschwindigkeitsgründen überhaupt rechtfertigt, die Größe der Teilbilder auf eine Potenz von zwei beschränkt (z. B. 16 px ×

16 px, 32 px  $\times$  32 px oder 64 px  $\times$  64 px). Es sind zwar auch andere Basen möglich, aber der notwendige Aufwand für ihre Programmierung spricht häufig gegen ihre Anwendung. Die Folge dieser recht groben Abstufung kann ein Verlust an räumlicher Auflösung sein, wenn die Teilbildgröße größer gewählt werden muß, als es die maximale Verschiebung eigentlich erfordert, um ein ausreichendes Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) zu erzielen. So würde man z. B. eine Teilbildgröße von 22 px  $\times$  22 px wählen wollen, falls sich 16 px  $\times$  16 px als zu klein erweist. Bei Verwendung der FFT ist man in diesem Fall schon auf eine Teilbildgröße von 32 px  $\times$  32 px angewiesen.

Des weiteren erlaubt die direkte Kreuzkorrelation auch eine rechteckige Form der Teilbilder, so daß man dominante Geschwindigkeitskomponenten in einer Raumrichtung durch eine größere Ausdehnung der Teilbilder in dieser Raumrichtung besser berücksichtigen kann. Bei der FFT-basierten Kreuzkorrelation müßte man die Teilbildgröße an die größere der beiden Geschwindigkeitskomponenten anpassen und würde sie so für die kleinere Geschwindigkeitskomponente größer als nötig wählen.

Weitere Probleme, die bei der Implementierung der FFT auftreten können, werden ausführlich in [40] behandelt. Insgesamt ist der Aufwand, der betrieben werden muß, um durch die FFT verursachte Artefakte zu vermeiden, beträchtlich und ist oft vergebens oder wird von vornherein wider besseren Wissens vermieden, wie es die nachfolgenden Betrachtungen nahelegen. Nach Kenntnis des Verfassers befaßt sich nur RONNEBERGER in [43] mit den Nachteilen der FFT-basierten Kreuzkorrelation und deren Vermeidung, während mehrere Methoden zur Auswertung von Partikelbildern in [64], [10] und [20] verglichen werden. Vielfach kranken solche Vergleiche daran, daß zur Bereitstellung einer Referenzlösung für das Geschwindigkeitsfeld synthetisch erzeugte Partikelbilder verwendet werden. Dies hat zwar den Vorteil, daß das theoretische Geschwindigkeitsfeld bekannt ist und somit die Ergebnisse der verschiedenen Auswertemethoden an der bekannten Lösung gemessen werden können. Der große Nachteil besteht aber darin, daß Einflüsse, die während der Messung im Labor auftreten, zumeist nicht berücksichtigt werden, z. B. spezifische Eigenschaften des CCD-Chips.

### 6.3 Implementierung der direkten Kreuzkorrelation

Zum Zwecke des Vergleiches der verschiedenen Methoden zur Auswertung von Partikelbildern wird die direkte Kreuzkorrelation, wie sie bis jetzt erläutert wurde, unter weiteren Aspekten modifiziert, um optimale Ergebnisse zu erzielen:

- die Größe des zweiten Teilbildes wird so gewählt, daß auch bei der größten Verschiebung der beiden Teilbilder gegeneinander die Kanten des ersten Teilbildes nicht über die Kanten des zweiten Teilbildes ragen (vgl. Abbildung 6.1),
- die mittleren Intensitäten  $\bar{f}$  und  $\bar{g}$  der Teilbilder werden berechnet und von den individuellen Intensitätswerten subtrahiert, falls diese größer als die mittlere

Intensität sind; sind sie kleiner als die mittlere Intensität werden sie zu Null gesetzt,

- die Kreuzkorrelationsfunktion wird geeignet normalisiert; das Ergebnis ist die Kreuzkorrelationskoeffizientenfunktion:

$$\phi_{fg}(m,n) = \frac{\sum_i \sum_j [f(i,j) - \bar{f}] \times [g(i+m, j+n) - \bar{g}(m,n)]}{\sqrt{\sum_i \sum_j [f(i,j) - \bar{f}]^2 \times \sum_i \sum_j [g(i,j) - \bar{g}(m,n)]^2}} \quad (6.6)$$

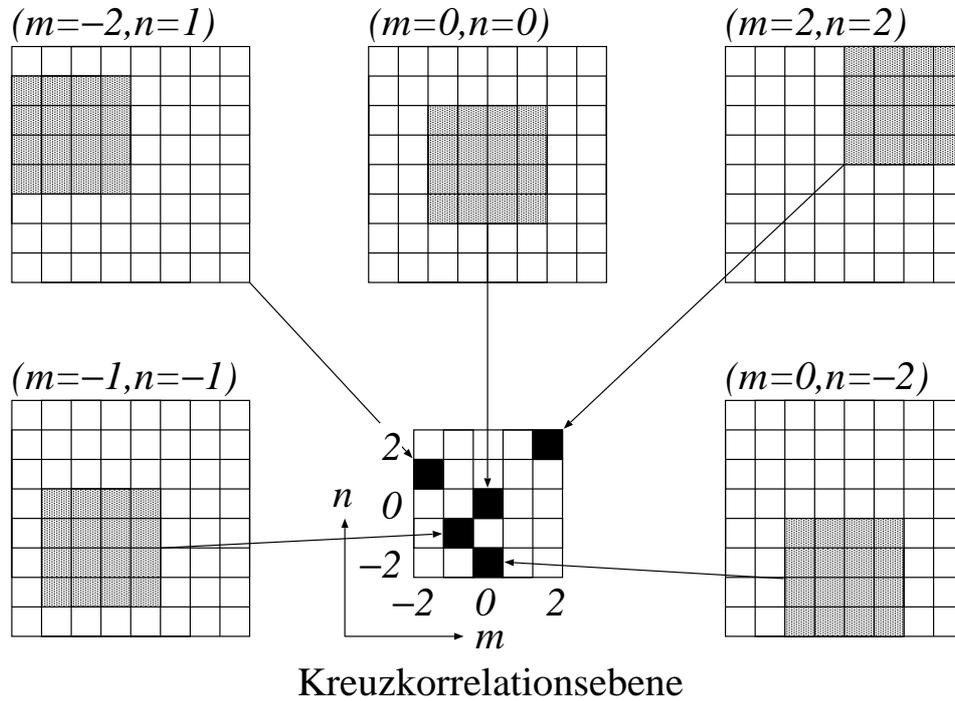
Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß  $\bar{f}$  und  $\bar{g}$  auf unterschiedliche Weise behandelt werden müssen: während  $\bar{f}$  nur einmal vor Beginn des Korrelationsprozesses berechnet werden muß, muß  $\bar{g}$  jedesmal erneut zur Verfügung gestellt werden, wenn eine neue Verschiebung  $(m,n)$  zwischen den beiden Teilbildern gewählt wird. Damit wird sichergestellt, daß immer die mittlere Intensität  $\bar{g}(m,n)$  an der Stelle verwendet wird, an der sich auch das verschobene erste Teilbild gerade befindet. Weitere Überlegungen und Beobachtungen der Qualität der Ergebnisse legen eine letzte, kleinere Modifikation bei der Berechnung des Normalisierungskoeffizienten nahe:<sup>1</sup>

$$\phi_{fg}(m,n) = \frac{\sum_i \sum_j [f(i,j) - \bar{f}] \times [g(i+m, j+n) - \bar{g}(m,n)]}{\sqrt{\sum_i \sum_j [f(i,j) - \bar{f}]^2 \times \sum_i \sum_j [g(i+m, j+n) - \bar{g}(m,n)]^2}} \quad (6.7)$$

Es erweist sich als vorteilhaft, die Intensitätswerte von  $g$  an der selben Stelle  $(i+m, j+n)$  sowohl im Zähler für den Korrelationsprozeß als auch im Nenner für den Normalisierungsprozeß zu benutzen. Tabelle 6.1 unterstreicht die grundlegende Notwendigkeit des Normalisierungsprozesses. Der Prozentsatz an Fehlvektoren, der auf der Anwendung einer globalen oberen Schranke für den Geschwindigkeitsbetrag beruht, ist bei normalisierter Kreuzkorrelationsfunktion wesentlich kleiner. Der Grund liegt darin, daß die Normalisierung mögliche Inhomogenitäten in der Intensität der Partikelaufnahmen und in der Bilddichte (Anzahl der Partikel pro Teilbild) auszugleichen vermag. Würde man nicht normalisieren, erzeugten wenige helle Partikelbilder unter Umständen höhere absolute Korrelationswerte als viele dunkle Partikelbilder.

---

<sup>1</sup> Die FORTRAN- und C-Programme, die den vorgestellten Algorithmus umsetzen, sind im Anhang ab Seite 145 abgedruckt.



**Abbildung 6.1:** Beispiel für das Zustandekommen der Kreuzkorrelationsebene durch direkte Kreuzkorrelation: hier wird ein  $4 \text{ px} \times 4 \text{ px}$  großes Teilbild gegenüber einem  $8 \text{ px} \times 8 \text{ px}$  großen Teilbild in beide Raumrichtungen um  $\pm 2$  Pixel verschoben; dabei entsteht eine  $5 \text{ px} \times 5 \text{ px}$  große Kreuzkorrelationsebene.

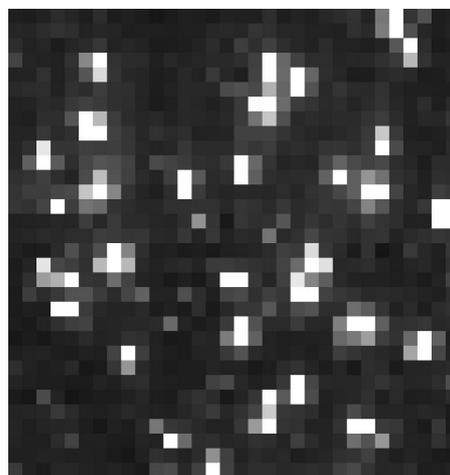
**Tabelle 6.1:** Prozentsatz an Fehlvektoren bei direkter Kreuzkorrelation (berechnet aus dem Geschwindigkeitsfeld in Abbildung 6.5)

keine Normalisierung	4,23%
Normalisierung nach Gleichung 6.7	1,48%

## 6.4 Beschreibung der Auswerteparameter

Obwohl es bei Verwendung der direkten Kreuzkorrelation möglich wäre, rechteckige Teilbilder zu wählen, um die dominante Horizontalkomponente des untersuchten Geschwindigkeitsfeldes<sup>2</sup> zu berücksichtigen, wird die Teilbildgröße für alle Auswerteverfahren einheitlich auf  $32 \text{ px} \times 32 \text{ px}$  mit 50% Überlappung festgelegt, um die direkte Vergleichsmöglichkeit zu gewährleisten. Ergänzend zu den prinzipiellen Betrachtungen über die FFT-basierte und die direkte Kreuzkorrelation wird der Einfluß der gewählten Fit-Funktion zur Lokalisation des Korrelationsmaximums bei der FFT-basierten Kreuzkorrelation ebenfalls untersucht. Weiterhin wurde wegen seiner steigenden Popularität ein adaptiver FFT-basierter Algorithmus in die Untersuchung mit einbezogen. Hier wurde im ersten Schritt die Teilbildgröße auf  $32 \text{ px} \times 32 \text{ px}$  ohne Überlappung der Teilbilder gesetzt, während sie im zweiten Schritt auf  $16 \text{ px} \times 16 \text{ px}$  ohne Überlappung verkleinert wurde. Das resultierende Vektorfeld wies daher dieselbe Anzahl von Vektoren wie in den übrigen Fällen auf.

Wie schon erwähnt wird auch die MQD-Methode, die in [19] beschrieben wird, berücksichtigt. Wie bei der direkten Kreuzkorrelation ist es auch hier möglich, die Größe des zweiten Teilbildes so zu wählen, daß das erste Teilbild auch bei maximaler Verschiebung  $(m,n)$  nicht über die Kanten des zweiten Teilbildes herausragt. Als letztes Verfahren kommt das Programm *Pivware* von WESTERWEEL zum Einsatz, dessen Grundlagen in [55] ausführlich dargelegt werden. Es bedient sich ebenfalls der FFT, ist aber nach Auskunft seines Autors so programmiert, daß es viele Nachteile der FFT vermeidet. Inwieweit dies zutrifft und wie es programmtechnisch umgesetzt wurde, kann vom Verfasser nicht beurteilt werden, da das Programmpaket nicht im Quelltext vorliegt.



**Abbildung 6.2:** Vergrößerte Abbildung eines Teilbildes mit Partikeln der Größe  $32 \text{ px} \times 32 \text{ px}$

Einige Parameter der im Zuge dieses Vergleiches ausgewerteten Bilder mögen von Interesse sein, um deren Eigenschaften beurteilen zu können. Der mittlere Partikelbilddurchmesser beträgt  $\approx 2,2 \text{ px}$  und die Bilddichte  $\approx 23$  (siehe Abbildung 6.2). Diese Werte liegen damit in den Bereichen, die allgemein als optimal für die Auswertung mit der Kreuzkorrelation angesehen werden [23], [59].

<sup>2</sup> Die Bilder wurden im stationären Einlauf des Wasserkanals aufgenommen, der in Abschnitt 5 und detailliert in [39] beschrieben ist.

## 6.5 Ergebnisse der untersuchten Auswertemethoden

Die Ergebnisse der verschiedenen Auswertemethoden werden auf drei unterschiedliche Arten miteinander verglichen: Abbildung 6.4 zeigt die über der Kanalhöhe aufgetragenen horizontalen Geschwindigkeitskomponenten, in Abbildung 6.5 findet man Punktwolken (*scatter plots*) aller berechneten Geschwindigkeitsvektoren, schließlich werden in Abbildung 6.6 Histogramme der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten gezeigt. Im Gegensatz zu diesen momentanen Geschwindigkeitsfeldern zeigen die Abbildungen 6.7, 6.8 und 6.6 die gleichen Visualisierungen für Geschwindigkeitsfelder, die aus der Mittelung von zehn Momentaufnahmen des Strömungsfeldes entstanden sind. In den Bildunterschriften werden Abkürzungen verwendet, die wie folgt zu lesen sind: A–adaptiver Algorithmus, NWF–das zweite Teilbild hat dieselbe Größe wie das erste Teilbild, WF–das zweite Teilbild ist größer als das erste Teilbild, N–die Kreuzkorrelationsfunktion ist normalisiert, NN–die Kreuzkorrelationsfunktion ist nicht normalisiert, PPF–parabolische Fit-Funktion, GPF–gaußartige Fit-Funktion.

Ein Effekt, der häufig bei der Betrachtung turbulenter Strömungsfelder übersehen wird, ist das schon in Abschnitt 2.6.4 erwähnte *peak locking*. Ein Grund für die Unauffälligkeit des *peak locking* bei Turbulenz mag sein, daß es gerade in der Natur der Turbulenz liegt, daß sich den mittleren Geschwindigkeitswerten zufällige räumliche und zeitliche Schwankungen überlagern. Da die PIV anfangs hauptsächlich zur Untersuchung turbulenter Strömungsfelder eingesetzt wurde, ist dem *peak locking* nicht so viel Aufmerksamkeit gewidmet worden.

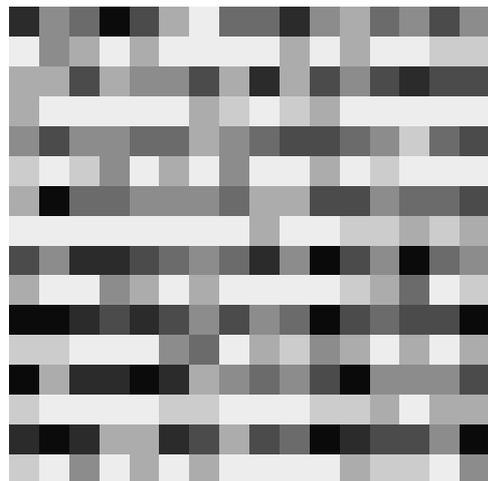
Von laminaren Strömungsfeldern bei niedriger Reynolds-Zahl erwartet man hingegen, daß sie glatte Geschwindigkeitsprofile ohne scharfe Knicke aufweisen. Das glatte Geschwindigkeitsprofil in dem Wasserkanal, der für die zugrunde liegenden Messungen verwendet wurde, ist aus LDV-Messungen bekannt.<sup>3</sup> Man findet aber überraschenderweise Profile mit Knicken bei ganzzahligen Geschwindigkeitswerten und einem Plateau, dessen Wert nahe bei 4 px/32 ms liegt. Vergleicht man die Profile der beiden FFT-CC Algorithmen miteinander, sieht man, daß der Unterschied zwischen der parabolischen Fit-Funktion und der gaußartigen Fit-Funktion sehr klein ist (siehe Abbildungen 6.4(a) und 6.4(b)).<sup>4</sup> Die Rauheit des Profils wird sogar stärker bei Verwendung des adaptiven Algorithmus, obwohl die Partikelbilddichte für ein 16 px × 16 px großes Teilbild größer als fünf und damit für eine zuverlässige Auswertung ausreichend ist. Der optimierte D-CC Algorithmus liefert deutlich bessere Ergebnisse. Es gibt hier keine bemerkenswerten Knicke im Profil, die Krümmung des Profils ist ausgeprägter und der Maximalwert der Geschwindigkeit liegt  $\approx 0,15$  px/32 ms höher. Das Profil der MQD-Methode sieht denen der FFT-CC sehr ähnlich: es gibt keinerlei Verbesserungen. Die mit *Pivware* erzielten Ergebnisse ähneln denen der D-CC sehr, obwohl die Rauheit des Profils stärker ausgeprägt ist.

<sup>3</sup> Siehe Abbildung 5.3.

<sup>4</sup> Einen Vergleich verschiedener Fit-Funktionen stellen FORLITI ET AL. in [15] an.

Offensichtlich wird der *peak locking* Effekt in den Abbildungen 6.5(a)–(c) und 6.5(f): die Datenpunkte häufen sich an den Knoten des Gitters, während die Datenpunkte in den Abbildungen 6.5(d) und 6.5(e) wesentlich gleichmäßiger über dem Geschwindigkeitsraum verteilt sind. Ein weiteres nützliches Hilfsmittel, um den *peak locking* Effekt nachzuweisen, sind Histogramme der Geschwindigkeitskomponenten. Die Histogramme in den Abbildungen 6.6(a)–(c) weisen eine starke Häufung um die ganzzahligen Werte 1, 2, 3 und 5 auf, was deutlich das *peak locking* anzeigt. Die hohe Anzahl am Wert 4 kann nicht *peak locking* genannt werden, da dieser Wert den dominanten Geschwindigkeitsbereich in der Strömung repräsentiert. In Abbildung 6.6(d) fallen die Ansammlungen wesentlich kleiner aus, und außerdem muß angemerkt werden, daß die maximale Anzahl in der häufigsten Klasse nur 300 beträgt – im Gegensatz zu 500 bei den anderen Histogrammen (außer Abbildung 6.6(e)). Dies deutet auf eine insgesamt gleichmäßigere Verteilung hin. Auch in der Histogrammdarstellung zeigt die MQD-Methode (Abbildung 6.6(f)) keine Vorteile gegenüber der FFT-CC: der *peak locking* Effekt ist in beiden Fällen eindeutig. Das Histogramm der optimierten FFT-CC (Abbildung 6.6(e)) ist glatter als die Histogramme der nicht optimierten Varianten, aber auch hier gibt es ausgeprägte Häufungen bei den Werten 1 und 2.

Die Ergebnisse der MQD-Methode bedürfen einer weiteren Erläuterung. Aus der Untersuchung in [20] könnte man schließen, daß die Auswertequalität der MQD-Methode mindestens genauso hoch sein sollte wie die der D-CC oder sogar höher. Wie die Autoren erklären, ist die MQD-Methode im Prinzip ein Verfolgen von Partikelbildmustern [“is in principle a tracking of patterns of particle images”] und daher sehr anfällig für systematische Störungen der Bildinformation. Diese Störungen bleiben dem Betrachter eines Bildes möglicherweise verborgen, da sie sich der Nutzinformation überlagern. Für den Vergleich in [20] bedienten sich die Autoren künstlich erzeugter Partikelbilder. Bei deren Herstellung wurden nur die Positionen der Partikel, d. h. deren räumliche Verteilung, realen Aufnahmen entnommen. Diese Bilder wurden dann einer bekannten Verschiebung unterworfen, wobei von großer Bedeutung ist, wie eine (in Pixeln ausgedrückte) nicht ganzzahlige Verschiebung realisiert werden soll. Jedenfalls lassen sich so Einflüsse, wie sie bei der Aufnahme von realen Bildern eine Rolle spielen, nicht berücksichtigen. Genannt seien hier die möglicherweise unterschiedliche Intensität des Lichtschnittes bei den beiden Belichtungen oder die Charakteristik des jeweiligen CCD-Chips. Der Effekt, der in Abbildung 6.3 zu erkennen ist, mag einen Teil der Problematik erklären. Gezeigt ist ein Ausschnitt der Aufnahme einer einheitlich



**Abbildung 6.3:** Vergrößerte Abbildung eines Teilbildes der Größe  $16 \text{ px} \times 16 \text{ px}$

grauen Fläche. Die Kamera, die für diese Aufnahme benutzt wurde, ist eine KODAK ES 1.0. Bei ihr kommen zum Auslesen der Pixellinien zwei A/D-Konverter zum Einsatz. Da es immer kleine Unterschiede in der Konversionseffizienz zwischen den beiden Konvertern gibt, wird auch eine ursprünglich gleichförmige Intensitätsverteilung nach dem Auslesevorgang horizontale Linien unterschiedlicher Grauwerte aufweisen. Diese horizontalen Linien stellen ein künstliches Pixelmuster dar, das die MQD-Methode mit einer vermeintlichen ganzzahligen vertikalen Verschiebung detektieren wird. Da dies aber nur vertikales *peak locking* erklärt, sind in dieser Hinsicht noch weitere Untersuchungen notwendig.

Man könnte versuchen, durch arithmetische Mittelung einer größeren Anzahl von Geschwindigkeitsvektorfeldern den *peak locking* Effekt zu eliminieren. Wie eine nähere Betrachtung zeigen wird, trifft diese Annahme aber nicht zu. Einige Autoren erklären den *peak locking* Effekt als systematischen Fehler. Während zufällige Fehler durch eine Mittelung tatsächlich eliminiert werden können, tritt das *peak locking* als systematischer Fehler nur noch deutlicher hervor. Diese These wird durch die Abbildungen 6.7, 6.8 und 6.6 unterstrichen. Die Histogramme der nicht optimierten FFT-CC und der MQD-Methode ändern sich durch die Mittelung nicht merklich, aber das Histogramm der D-CC und auch das der optimierten FFT-CC sehen ein wenig glatter aus als die nicht gemittelten Histogramme. Analoge Aussagen gelten für die Geschwindigkeitsprofile und die Darstellung der Geschwindigkeiten als Punktwolke.

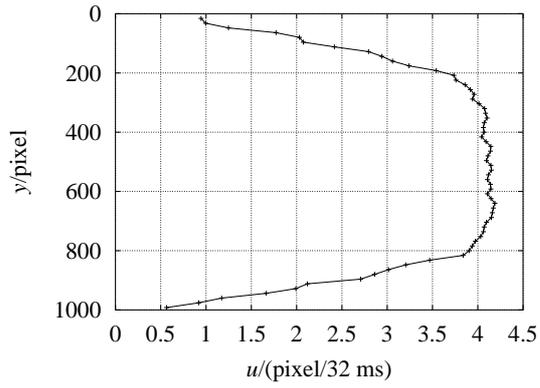
## 6.6 Zusammenfassung

Ziel dieses Abschnittes war es, die Entwickler und Nutzer von PIV-Systemen sensibel für die Unterschiede zwischen verschiedenen Algorithmen, die für die Auswertung von Partikelbildern Anwendung finden, zu machen. Es wurde nachgewiesen, daß repräsentative FFT-basierte Kreuzkorrelationsalgorithmen und die MQD-Methode schlechtere Ergebnisse liefern als ein optimierter direkter Kreuzkorrelationsalgorithmus. Darüber hinaus gibt es Hinweise, daß der *peak locking* Effekt nicht nur durch zu kleine Partikelbilder verursacht wird, sondern auch die jeweils verwendete Auswertemethode eine entscheidende Rolle spielt. Weiterhin machen die vorgestellten Ergebnisse deutlich, daß bei der FFT-CC der Wahl der Fit-Funktion keine große Bedeutung zukommt, während sich bei der D-CC die gaußförmige Fit-Funktion als überlegen erweist. Adaptive FFT-CC Ansätze, deren Idee vielversprechend erscheint, können zwar die räumliche Auflösung konventioneller FFT-CC Algorithmen erhöhen, verbessern aber nicht die Qualität der Resultate. Bei Verwendung der direkten Kreuzkorrelation hingegen besteht die Notwendigkeit, mehrere Schritte auf verfeinerten Gittern durchzuführen, nicht. Die Größe des ersten Teilbildes kann von vornherein entsprechend klein gewählt werden, man muß nur die Größe des zweiten Teilbildes an die zu erwartende maximale Verschiebung anpassen, so daß das erste Teilbild

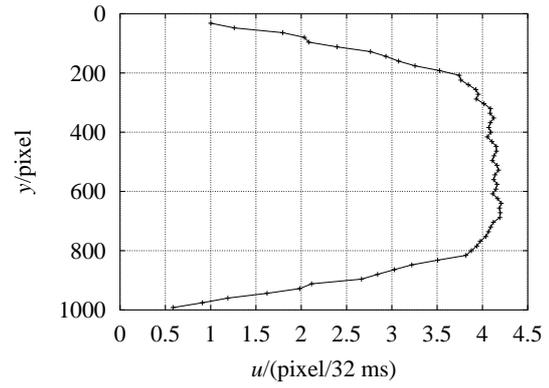
immer komplett im zweiten Teilbild zu liegen kommt. Die einzige Rechtfertigung für die FFT-CC ist der aufgrund ihrer höheren Effizienz zu erwartende Geschwindigkeitsvorteil, der allerdings bei adaptiven Algorithmen sehr viel kleiner ausfällt. Wenn die Ergebnisse von Messungen nahezu in Echtzeit kontrolliert werden müssen, um z. B. das Meßsystem in teuer zu betreibenden Windkanälen auszurichten, kann die Anwendung der FFT zur Kostenreduzierung beitragen. Allerdings benötigt auch die D-CC nur  $\approx 20$  s auf einer SUN ULTRA 5 Workstation mit 270 MHz (Modelljahr 1997). Betrachtet man die heutige Steigerungsrate der Rechenleistungen von Kleinrechnern, wird der relative Geschwindigkeitsvorteil der FFT-CC immer weniger ins Gewicht fallen. Ist eine Entscheidung zwischen D-CC und optimierter FFT-CC zu treffen, muß man die geringfügig besseren Ergebnisse der D-CC und ihre höhere Rechenzeit gegen den notwendigen Aufwand bei der optimierten FFT-CC zur Vermeidung der durch sie bedingten Nachteile abwägen. Abschließend können auf der Grundlage dieser Untersuchung zwei Empfehlungen ausgesprochen werden:

1. die Benutzung der direkten Kreuzkorrelation sollte immer dann selbstverständlich sein, wenn die Qualität der Ergebnisse der ausschlaggebende Gesichtspunkt ist,
2. die Bewertung der Qualität von Methoden zur Auswertung von Partikelbildern sollte nicht nur anhand von synthetischen Bildern erfolgen, sondern auch anhand von Bildern, die unter realen Bedingungen im Labor entstanden sind.

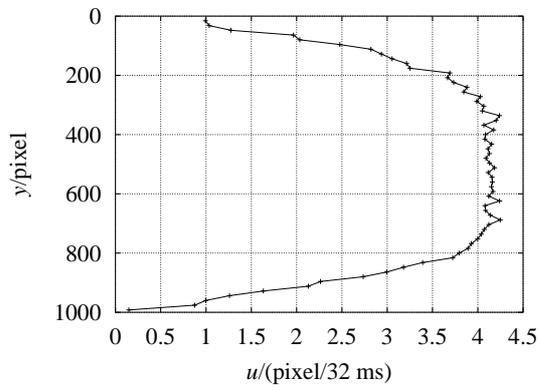
## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation



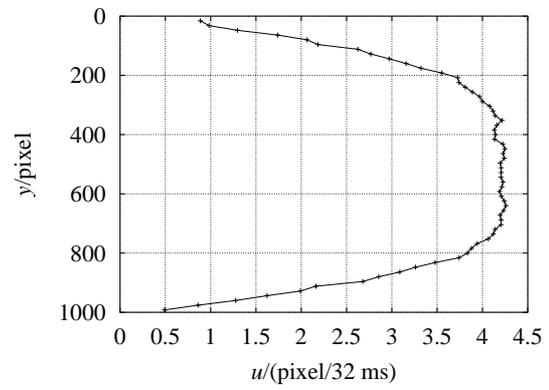
(a) FFT-NWF-NN-PPF



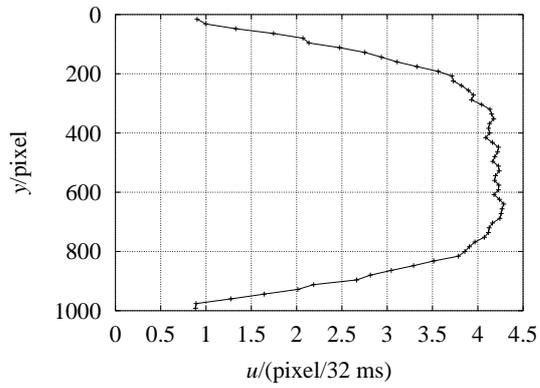
(b) FFT-NWF-NN-GPF



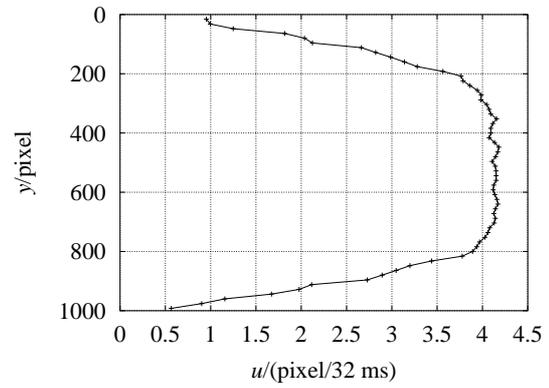
(c) FFT-A-NWF-NN-GPF



(d) D-CC-WF-N-GPF



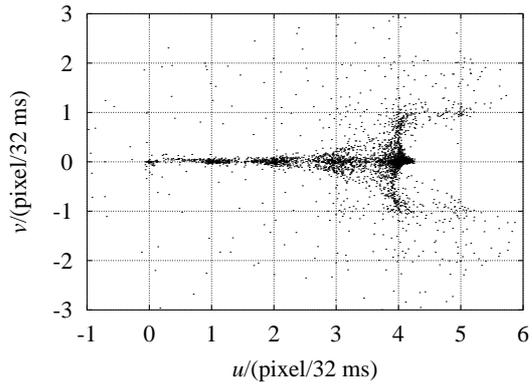
(e) FFT (Westerweel)



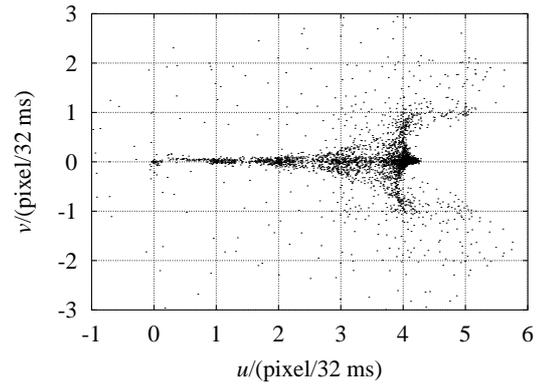
(f) MQD-Methode

**Abbildung 6.4:** Profile der Horizontalgeschwindigkeit

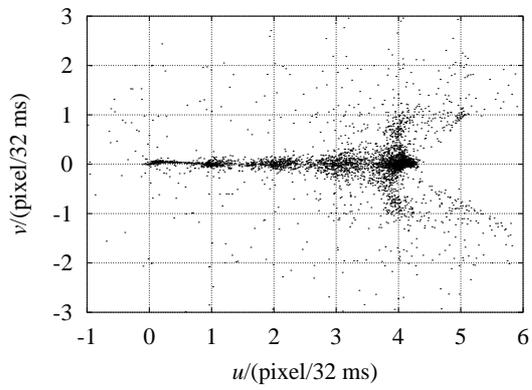
## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation



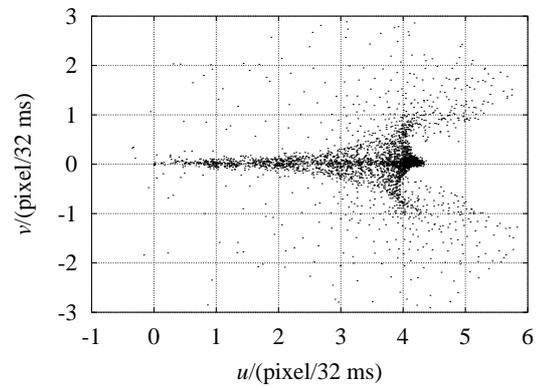
(a) FFT-NWF-NN-PPF



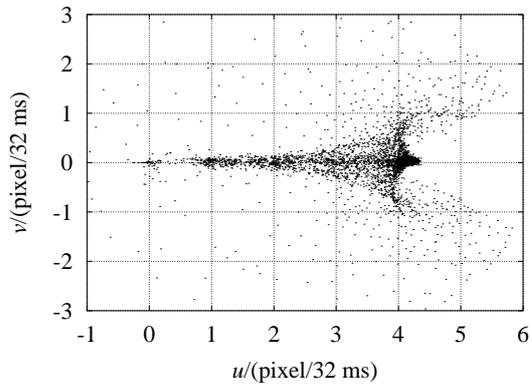
(b) FFT-NWF-NN-GPF



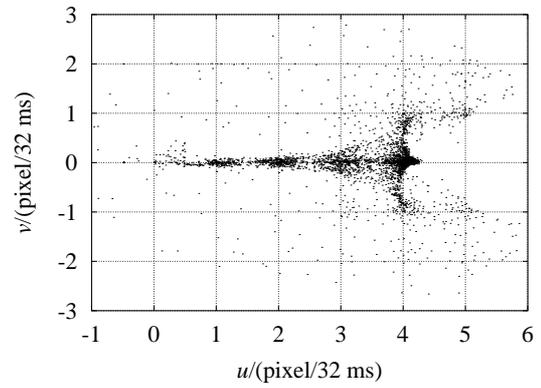
(c) FFT-A-NWF-NN-GPF



(d) D-CC-WF-N-GPF



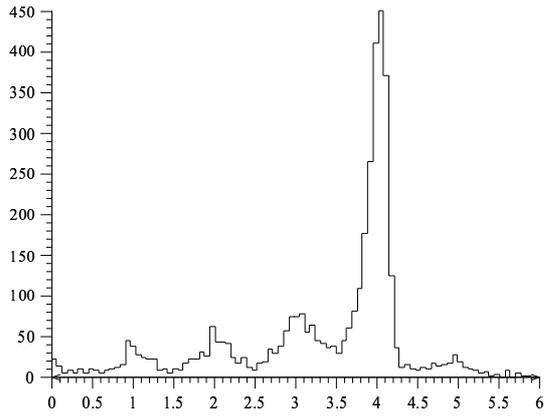
(e) FFT (Westerweel)



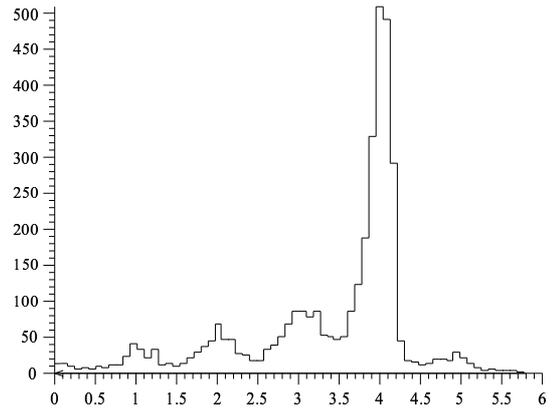
(f) MQD-Methode

**Abbildung 6.5:** Geschwindigkeiten als Punktwolken

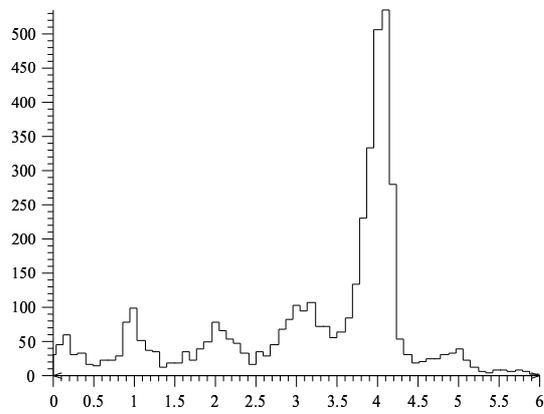
## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation



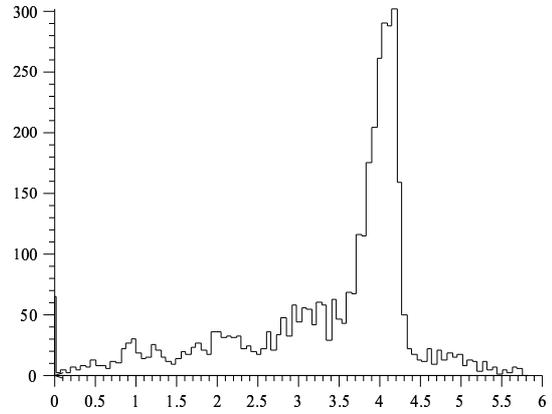
(a) FFT-NWF-NN-PPF



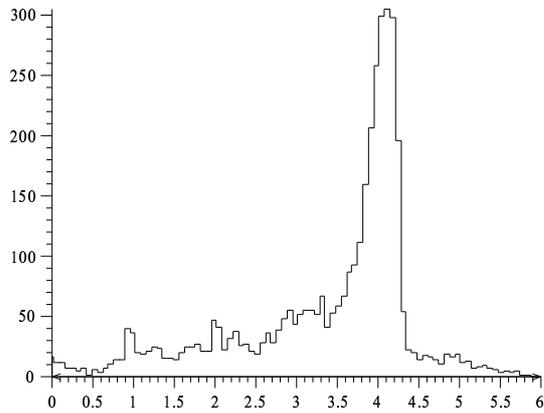
(b) FFT-NWF-NN-GPF



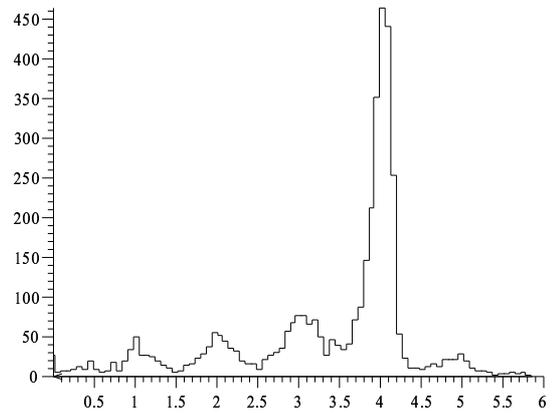
(c) FFT-A-NWF-NN-GPF



(d) D-CC-WF-N-GPF



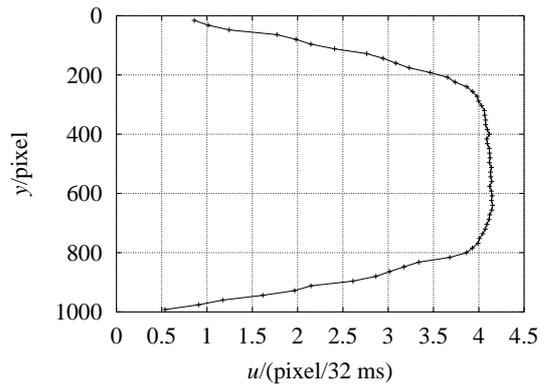
(e) FFT (Westerweel)



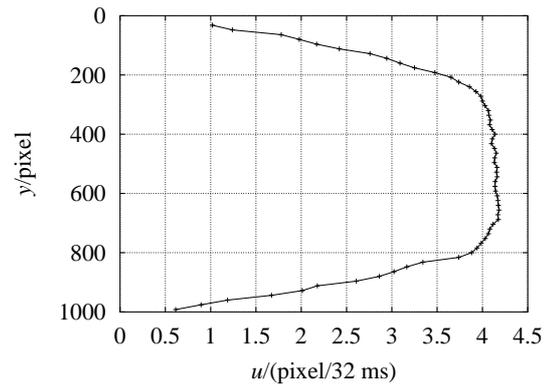
(f) MQD-Methode

**Abbildung 6.6:** Histogramme der horizontalen Geschwindigkeitskomponente

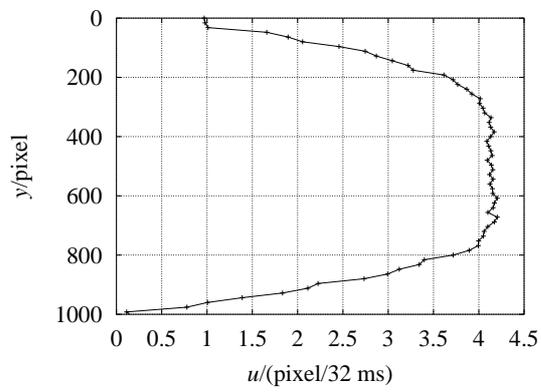
## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation



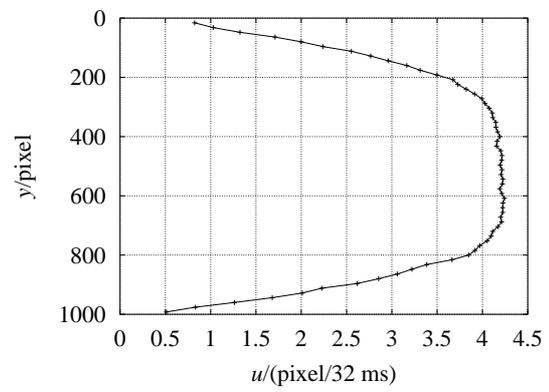
(a) FFT-NWF-NN-PPF



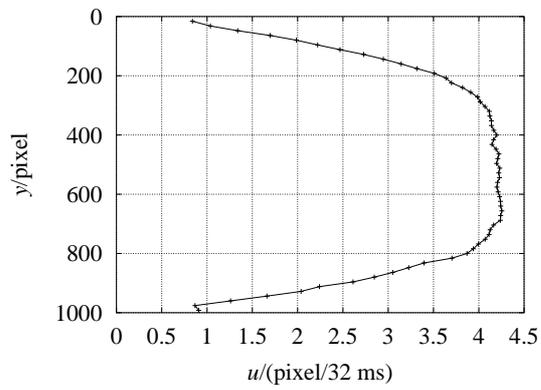
(b) FFT-NWF-NN-GPF



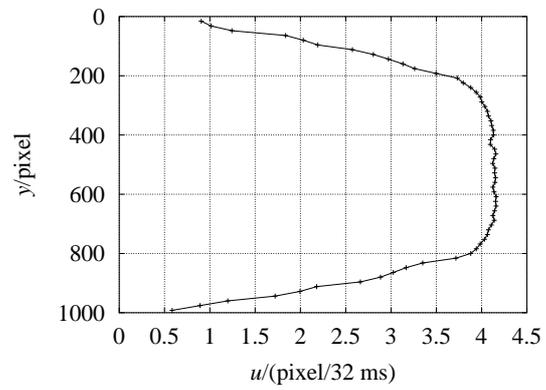
(c) FFT-A-NWF-NN-GPF



(d) D-CC-WF-N-GPF



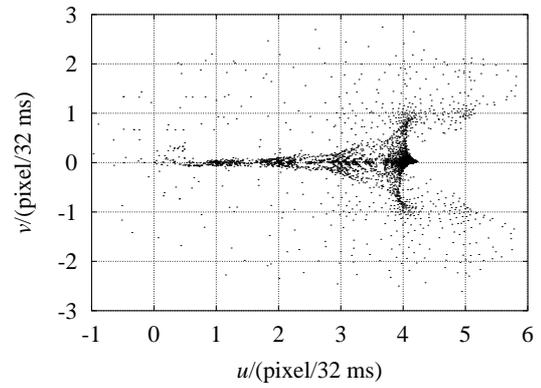
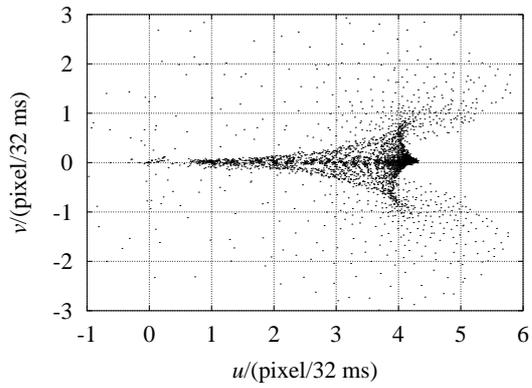
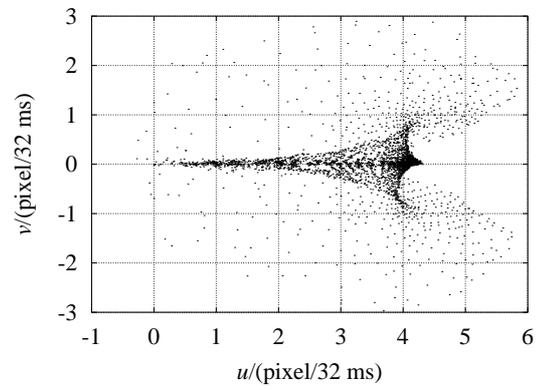
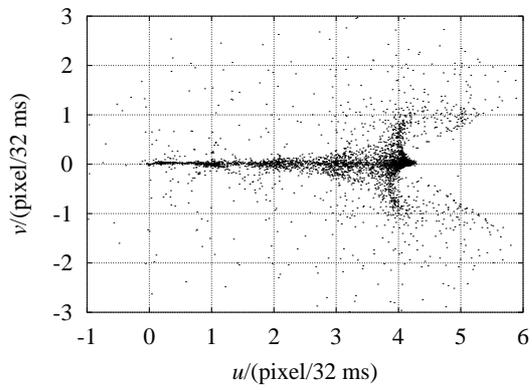
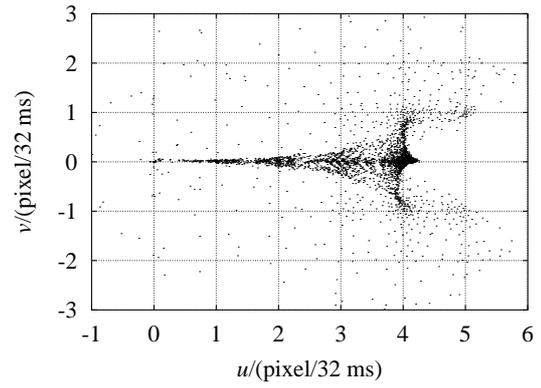
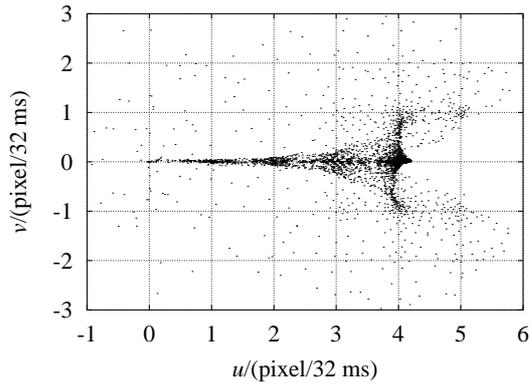
(e) FFT (Westerweel)



(f) MQD-Methode

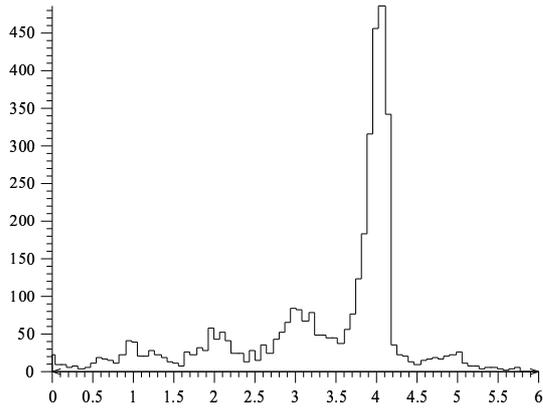
**Abbildung 6.7:** Profile der gemittelten Horizontalgeschwindigkeit

## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation

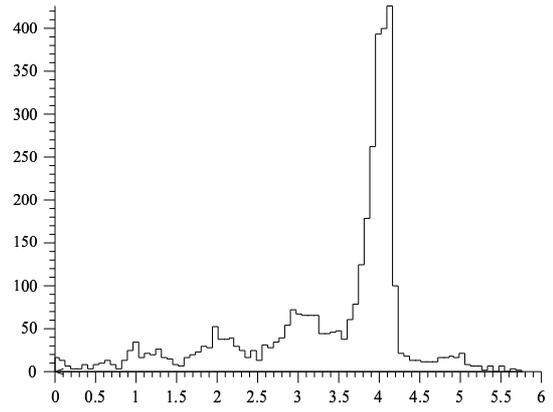


**Abbildung 6.8:** Gemittelte Geschwindigkeiten als Punktwolken

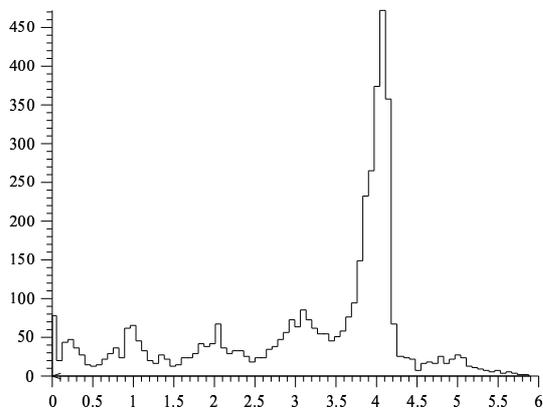
## 6 Qualitätssteigerung durch direkte Kreuzkorrelation



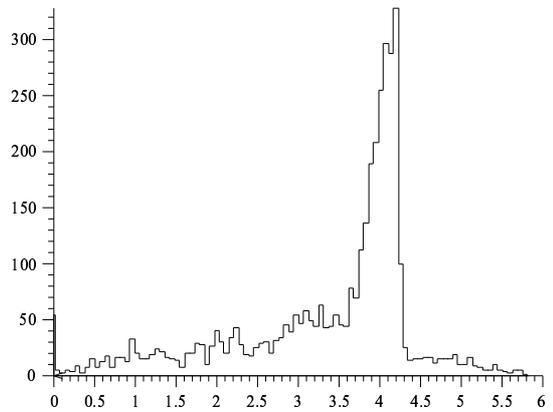
(a) FFT-NWF-NN-PPF



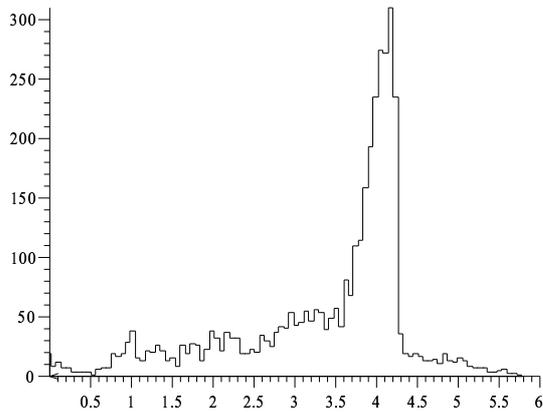
(b) FFT-NWF-NN-GPF



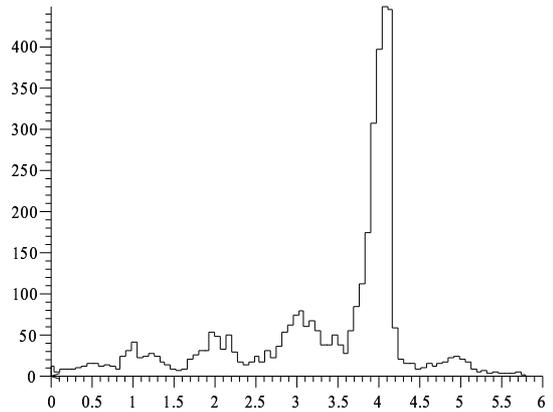
(c) FFT-A-NWF-NN-GPF



(d) D-CC-WF-N-GPF



(e) FFT (Westerweel)



(f) MQD-Methode

**Abbildung 6.9:** Histogramme der gemittelten horizontalen Geschwindigkeitskomponente

# 7 Anwendung der PIV zur quantitativen Visualisierung des Geschwindigkeitsfeldes in einem SMX-Mischer

**Inhalt des Kapitels** *Nach der erfolgten Optimierung der PIV-Auswertemethode wird die PIV zur quantitativen Visualisierung des Geschwindigkeitsfeldes in einem SMX-Mischer angewandt. Der Begriff Mischen wird definiert und der SMX-Mischer vorgestellt. Die einzelnen Komponenten des Versuchsaufbaues und die Versuchsdurchführung werden beschrieben. Es folgen Ausführungen zu den rheologischen und den optischen Eigenschaften der Versuchsflüssigkeiten. Die gemessenen Geschwindigkeitsfelder und daraus abgeleitete Wirbelvektorkomponenten werden für charakteristische Ebenen dargestellt und kommentiert. Es schließen sich Betrachtungen zum unterschiedlichen Verhalten der Versuchsflüssigkeiten und zu Symmetrien in der Strömung an.*

## 7.1 Mischen in der Verfahrenstechnik

In der industriellen Verfahrenstechnik ist das Mischen unterschiedlicher Stoffe eine wesentliche Grundaufgabe. Nahezu alle Herstellungsprozesse erfordern innerhalb ihres Ablaufes ein Mischen von verschiedenen Stoffen. Man denke z. B. an das Einfärben von Kunststoffschmelzen oder das Herstellen eines Brotteiges.

ZOGG unterteilt in [64] die Grundaufgabe Mischen in die nachfolgend beschriebenen Grundoperationen:

**Homogenisieren** ist das Vermischen von ineinander löslichen Fluiden. Hierbei sollen Temperatur- oder Konzentrationsunterschiede ausgeglichen werden.

**Suspendieren** ist das gleichmäßige Verteilen fester Partikel in einer Flüssigkeit z. B. zum Zwecke des Waschens, des hydraulischen Förderns oder zur Durchführung feststoffkatalysierter Reaktionen.

**Emulgieren** ist das Verteilen von Flüssigkeitströpfchen in einer Trägerflüssigkeit zur Herstellung von Emulsionen (z. B. Hautcreme).

**Begasen** ist das Verteilen von Gasblasen in Flüssigkeiten zum Durchführen chemischer Reaktionen z. B. in Kläranlagen.

**Feststoffmischen** ist das Verteilen mindestens zweier fester Komponenten zu einem Schüttgut definierter Zusammensetzung, das anschließend weiterverarbeitet wird, z. B. in der Betonherstellung oder der Herstellung von Brotmischungen.

Der Vielfalt der industriell zu mischenden Stoffe durch die oben genannten Grundoperationen entspricht eine kaum überschaubare Zahl von Mischerbauarten. Dabei gewinnen kontinuierliche Verfahren immer mehr an Bedeutung. Bei ihnen ist eine gleichförmige Prozeßführung anzustreben. Hierbei sind statische Mischer in Bezug auf die Mischwirkung und die Kosten eine besonders interessante Lösung.

Für das Homogenisieren hochviskoser Flüssigkeiten und von Flüssigkeiten mit hohen Viskositätsunterschieden wird der *SMX-Mischer* gebaut. Für das Verständnis der Mischwirkung sind grundlegende Erkenntnisse über die Strömungsverhältnisse im Mischer notwendig.

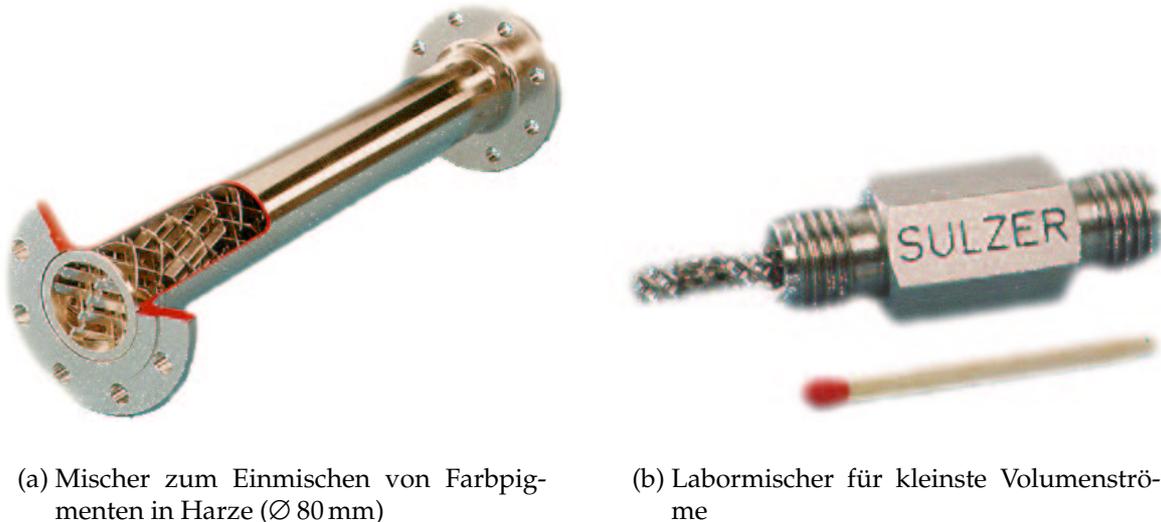
Aufschlußreich ist es daher, mit der Particle Image Velocimetry Erkenntnisse über das stationäre Geschwindigkeitsfeld sowohl bei einem newtonschen Fluid (Glyzerin) als auch bei einem strukturviskosen und viskoelastischen Fluid (Natrium-Carboxymethyl-Cellulose-Lösung) in einem SMX-Mischer zu gewinnen und zu vergleichen.

### 7.2 Der SMX-Mischer

Der SMX-Mischer zeichnet sich als statischer Mischer dadurch aus, daß er keine bewegten Bauteile aufweist. Statische Mischer bestehen im wesentlichen aus einem stationär durchströmten Rohr, in das feststehende Elemente eingebaut sind. Die Mischwirkung beruht auf dem ständigen, wiederholten Aufteilen, Verlagern und Wiedervereinigen des Fluidstromes. Der Energieeintrag, der zum Erzielen des Mischerfolges notwendig ist, erfolgt hier nicht durch bewegte Mischorgane, sondern durch Pumpen, die einen negativen Druckgradienten in Strömungsrichtung aufbauen. Die kompakte Bauform statischer Mischer bringt ein geringes Fluidvolumen und damit eine enge Verweilzeitverteilung im Mischer mit sich. Dies hat aber auch zur Folge, daß die zu mischenden Fluide hochgenau dosiert werden müssen, da der Mischer selbst Schwankungen im Zulauf der Komponenten nur unzureichend ausgleichen kann.

SMX-Mischer werden in verschiedensten Größenbereichen gebaut (siehe Abbildung 7.1). Ihre Durchmesser reichen je nach Einsatzbereich von wenigen Millimetern bis hin zu einem Meter und mehr. Das Konstruktionsprinzip ist jedoch bei allen Formen gleich. Die Elemente kann man sich beim SMX-Mischer aus einer langen periodischen Struktur herausgeschnitten vorstellen. Sie bestehen aus Stegen, die gegenüber der Hauptströmungsrichtung abwechselnd um  $45^\circ$  bzw.  $-45^\circ$  geneigt sind. Dadurch entsteht ein Gerüst mit in jeder zweiten Lage zueinander parallelen Stegen. Zusätzlich werden die Elemente nicht mit derselben Orientierung in das Leerrohr eingesetzt, sondern jedes zweite Element wird um  $90^\circ$  um die Längsachse des Mixers gedreht (siehe Abbildungen 7.2 und 7.8).

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



**Abbildung 7.1:** Verschiedene Bauformen von SMX-Mischern  
(nach Sulzer Chemtech AG)

Innerhalb jedes einzelnen Elementes kommt eine im wesentlichen zweidimensionale Mischung durch ein Aufteilen des Fluidstromes in mehrere Teilströme, die quer zueinander strömen und sich an anderer Stelle wieder treffen, zustande. Eine Mischung in der dritten Raumrichtung erreicht man durch die 90°-Drehung jedes zweiten Elementes. Insgesamt entsteht so ein zwar stationäres, aber räumlich äußerst komplexes Strömungsfeld mit einer sehr effizienten Mischwirkung. Abbildung 7.2 zeigt, nach welcher kurzer Lauflänge zwei konzentrische, farblich unterschiedliche Fluidströme bereits hervorragend vermischt sind.

Die sehr gute Mischwirkung erkauft man sich allerdings mit einem gegenüber dem Leerrohr stark erhöhten Druckabfall. Er wird bei einer laminaren Strömung in einem SMX-Mischer – wo die Reynolds-Zahl oft nicht größer als Eins ist – im Vergleich zu dem Druckabfall eines Leerrohres gleichen Durchmessers  $d$  in der Praxis durch einen experimentell zu bestimmenden Druckverlustfaktor  $Z$  gekennzeichnet:

$$\Delta p_{\text{SMX}} = Z \cdot \frac{128 \eta \dot{V} l}{\pi d^4} \quad (7.1)$$

Je nach Bauart des Mischers werden für  $Z$  Werte zwischen 10 und 60 angegeben (Siehe hierzu [35] und [5].).

Der Druckabfall über 360 mm (die Länge dreier Elemente) beträgt bei entfernten Mischelementen mit der verwendeten CMC-Lösung bei einem Volumenstrom von  $\dot{V} = 6,951 \text{ l/min}$  1,0 mbar. Aus Abbildung 7.3 liest man für denselben Volumenstrom einen Druckabfall über drei Elemente hinweg von  $\Delta p_{\text{SMX}} \approx 29 \text{ mbar}$  ab. Daraus berechnet sich der Druckverlustfaktor zu  $Z = 29$ . Dieser stark erhöhte Druckabfall und damit die hohe Energie, die zum kontinuierlichen Betrieb eines SMX-Mischers

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

notwendig ist, gibt Anlaß, nach Optimierungsmöglichkeiten zu suchen: gefragt ist eine den Anforderungen genügende Mischgüte bei gleichzeitig möglichst geringem Energieverbrauch. Die folgenden experimentellen Untersuchungen und umfangreiche numerische Simulationen, die WÜNSCH in [62] dokumentiert hat, sollen dazu die strömungsmechanische Basis bereitstellen.



Abbildung 7.2: Mischwirkung eines SMX-Mischer mit vier Elementen (nach SULZER CHEMTECH AG)

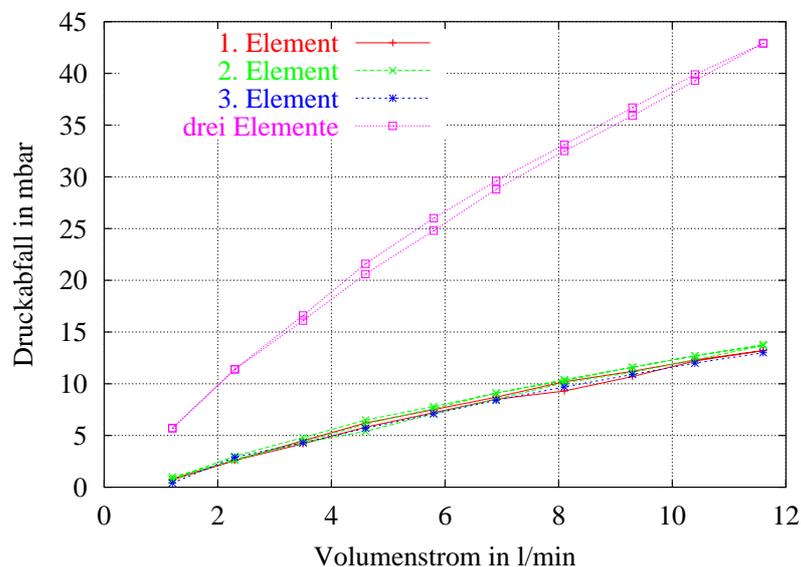


Abbildung 7.3: Gemessener Druckabfall über das erste, das zweite und das dritte Mischelement sowie über alle drei Mischelemente des SMX-Mischer bei einer CMC-Lösung; an der Krümmung der Meßkurven ist übrigens schon an dieser Stelle der Einfluß der Strukturviskosität zu erkennen.

## 7.3 Versuchsaufbau und -durchführung

### 7.3.1 Versuchsstand zum SMX-Mischer

Eine Gesamtansicht des Versuchsaufbaues (ohne PC) ist in Abbildung 7.4 zu sehen. Die Hauptbestandteile des Aufbaues sind

- ein PIV-System, das nach dem in Kapitel 2 vorgestellten Prinzip arbeitet und dessen Komponenten in Abschnitt 5.2 erwähnt sind,
- ein aus Plexiglas gefertigtes Modell eines SMX-Mischers und
- eine Verdrängerpumpe, die die Versuchsflüssigkeit durch den SMX-Mischer fördert.

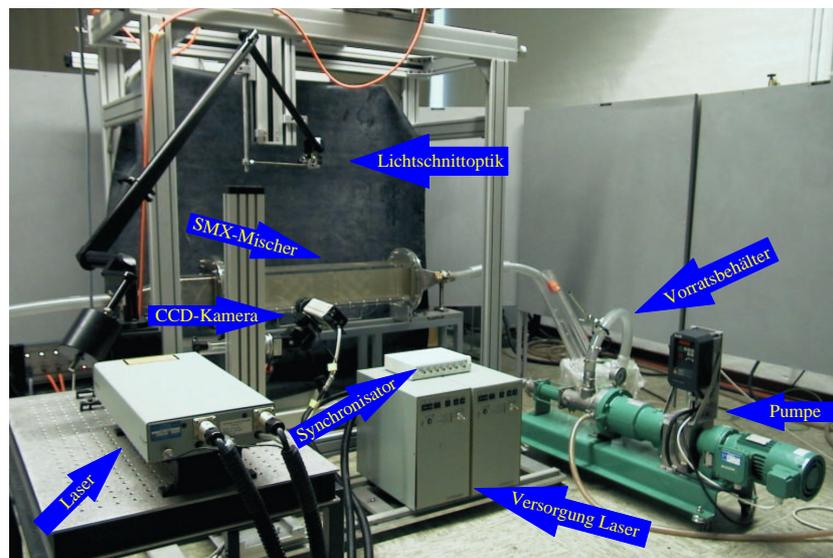


Abbildung 7.4: Gesamtansicht des Versuchsaufbaues

Die CCD-Kamera ist an einem Gelenkkopf montiert, der sich in alle drei Raumrichtungen neigen läßt. So läßt sich zum einen die Kameraachse genau senkrecht zu der Wand des Mixers ausrichten, und zum anderen ist es möglich, die Kamera um  $45^\circ$  zu kippen, um so den Bildausschnitt an die Geometrie der Mischelemente anzupassen (siehe Abbildung 7.5(b)). Der Gelenkkopf mit Kamera ist über eine manuell verfahrbare Traverse in Ebenen parallel zur vorderen Wand des Mixers sowie senkrecht zu ihr zu bewegen.<sup>1</sup> Die Lichtschnittoptik ist an einer Traverse befestigt, deren Aufnahme sich softwaregesteuert in alle drei Raumrichtungen verfahren läßt (siehe Abbildung 7.5(a)). Dies erlaubt es, die Lichtschnittoptik nur einmal zu justieren und sie dann per Software exakt so zu positionieren, daß die in Abbildung 7.11 dargestellten Meßebenen ausgeleuchtet werden. Der zeitliche Abstand der beiden Aufnahmen

<sup>1</sup> In Abbildung 7.4 ist zu sehen, daß die Versorgungsgeräte der Laser auf der Traverse stehen. Sie wurden nur zur Aufnahme des Fotos dort aufgestellt.

wurde angepaßt an die jeweilige Meßebeene zwischen 15 ms und 30 ms gewählt. Mit der CCD-Kamera wurden für jede Meßebeene dreißig Bildpaare in einem Zeitraum von fünfzehn Sekunden aufgenommen.

Diese Rohdaten wurden nach dem in Kapitel 6 vorgestellten Algorithmus zur direkten Kreuzkorrelation ausgewertet. Als Ergebnis lagen damit dreißig Datensätze vor, in denen die Ortskoordinaten in Pixeln und die Geschwindigkeiten in Pixeln pro 15 ms...30 ms angegeben sind. Auf eine Filterung, Interpolation oder Glättung der Daten wurde vollständig verzichtet, um die Leistungsfähigkeit der PIV-Methode ohne Schönung der Daten darstellen zu können. Die dreißig Datensätze wurden durch punktweise arithmetische Mittelung zusammengeführt. Anschließend wurden die Ortskoordinaten durch das Ausmessen bekannter Längen der Mischergeometrie in Millimeter umgerechnet. Unter weiterer Berücksichtigung des bekannten Zeitabstandes der beiden Belichtungen ließen sich auch die Geschwindigkeiten in Millimeter pro Sekunde ausdrücken.

Die hier verwendete 2D-2C-PIV liefert für jede Meßebeene jeweils zwei kartesische Komponenten des Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{v}$ . Die betrachteten Meßebenen waren so orientiert, daß paarweise die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten  $v, w$  und  $u, w$  gemessen werden konnten. Daraus ließen sich im *Postprocessing* einige Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors ableiten. In dieser Arbeit wurde insbesondere der Wirbelvektor mit seinen kartesischen Komponenten

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad \text{und} \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

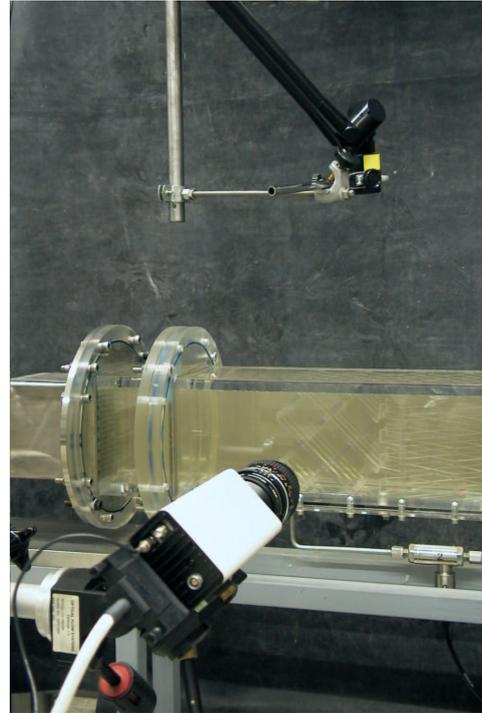
betrachtet. Die Rotation des Geschwindigkeitsfeldes wurde durch Bildung von zentralen Differenzenquotienten abgeleitet. An den Rändern des betrachteten Gebietes wurden dazu Vorwärts- bzw. Rückwärtsdifferenzenquotienten verwendet. Deutlich sei ausgesprochen, daß aus den Geschwindigkeitsdaten einer Meßebeene allerdings nur die Komponente des Wirbelvektors bestimmt werden kann, die senkrecht zu dieser Ebene orientiert ist.

Das Modell des SMX-Mischer ist komplett aus Plexiglas gefertigt. Am Eintritt in den Mischer ist ein Strömungsgleichrichter angebracht, der die Einlaufeffekte reduziert, die am Übergang von der Schlauchleitung in den Mischer entstehen. Das Gehäuse hat im Gegensatz zu Industriemischern einen quadratischen Querschnitt, um Verzerrungen der aufgenommenen Partikelbilder an gewölbten Oberflächen zu vermeiden. Das Abweichen von der realen Querschnittsform hat aber keinen negativen Einfluß auf das grundlegende Strömungsbild und auf die Mischwirkung. Der Mischer wurde mit drei Elementen realisiert. Ihre Einbaulage ist in Abbildung 7.6 zu erkennen. Die Zahl von drei Mischelementen reicht für eine gute Mischwirkung aus und erlaubt es, die in Abschnitt 7.7 dargestellten, theoretisch vorhergesagten Symmetrien zu untersuchen. Das Gehäuse hat zwischen den Anschlußflanschen eine Länge von 800 mm und einen Innenquerschnitt von 120 mm × 120 mm. Wegen der gewählten Gehäuselänge befindet sich stromauf des ersten Mischelementes eine Strecke, die weit länger ist, als es

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Komponenten des PIV-Systems ohne PC

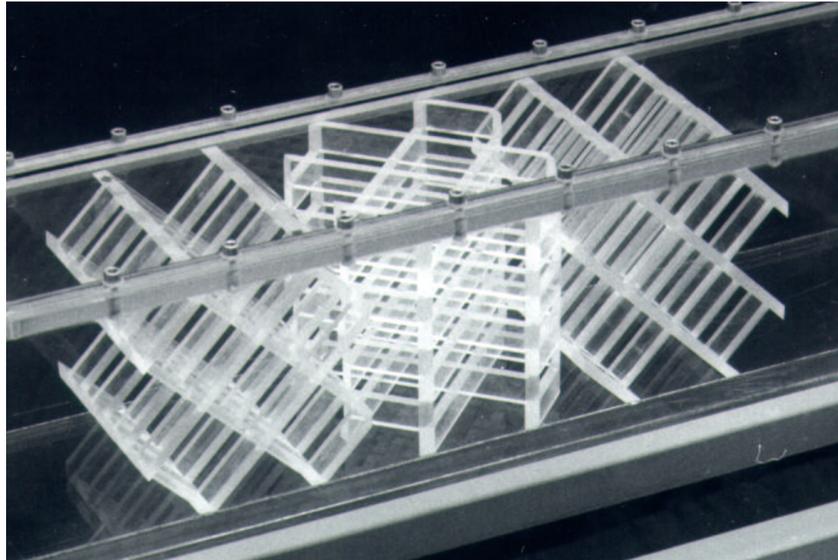


(b) um 45° gedrehte Kamera zum Messen im 1. Mischelement

**Abbildung 7.5:** Fotos zum Versuchsaufbau

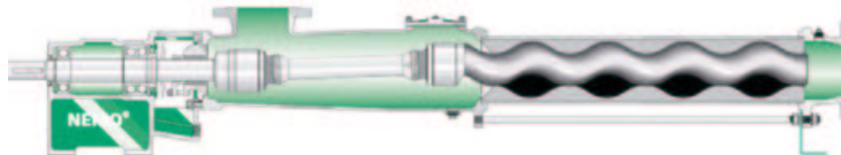
die Einlauflänge bei der hier vorliegenden niedrigen Reynolds-Zahl erfordert (siehe Gleichung 7.2). Der Deckel des Gehäuses ist zur einfachen Durchführbarkeit der Reinigung und der Platzierung der Mischelemente abnehmbar ausgeführt. Die äußeren Abmessungen der einzelnen Mischelemente betragen  $120 \text{ mm} \times 120 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$ . Die Stege haben einen Querschnitt von  $6 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ . Demnach liegen in jeder der acht Ebenen vier zueinander parallele Stege (siehe Abbildung 7.8).

Der Versuchsaufbau sollte unabhängig von der Dichte und der Viskosität der jeweiligen Versuchsflüssigkeit mit einem konstanten Volumenstrom betrieben werden können. Daher kam keine Kreiselpumpe infrage. Die meisten Verdrängerpumpen weisen zwar bei inkompressiblen Fluiden einen konstanten mittleren Massenstrom auf, dieser schwankt aber aufgrund der diskontinuierlichen Fördercharakteristik um einen zeitlichen Mittelwert. Daher kam eine rotierende Verdrängerpumpe des Typs NEMO-PUMPE NM021SY01S04B der Firma NETZSCH MOHNOPUMPEN GMBH zum Einsatz. Hauptelemente dieser Pumpe sind der Stator und der sich darin drehende Rotor (siehe Abbildung 7.7). Der Stator ist aus einem Elastomer gefertigt. Der Rotor dagegen besteht aus Metall. Der Rotor ist eine Art Rundgewindeschraube mit extrem hoher Steigung und großer Gewindetiefe. Der Stator hat einen Gewindegang mehr als der Rotor. Dadurch bleiben zwischen ihnen Hohlräume, die sich beim Drehen des Ro-



**Abbildung 7.6:** Einbaulage der drei Mischelemente im Mischer

tors von der Saug- zur Druckseite bewegen. So wird eine kontinuierliche Förderung bewirkt; der Volumenstrom hängt allein von der Antriebsdrehzahl ab. Der elastische Stator liegt mit Vorspannung am Rotor an, wodurch zwischen diesen beiden Teilen eine Abdichtung entsteht. Diese macht Saug- und Druckventile überflüssig.



**Abbildung 7.7:** Längsschnitt durch Nemo-Pumpe

Die Versuchsflüssigkeit wird von der Pumpe durch eine Schlauchverbindung in den Mischer gedrückt. Nach Durchströmen des Mixers gelangt die Flüssigkeit durch ein weiteres Schlauchstück in einen offenen Auffangbehälter. Von dort wird sie von der Pumpe wieder angesaugt. Alle Schlauchverbindungen haben einen relativ großen Innendurchmesser von 32 mm, um die Druckverluste zu minimieren. Das Schlauchstück vom Mischer zum Auffangbehälter wurde nur so lang wie unbedingt notwendig gewählt, um die Druckdifferenz vom Inneren des Mixers zum Atmosphärendruck so klein wie möglich zu halten.

Die Pumpe wird mit einem konstanten Volumenstrom  $\dot{V} = 6,951 \text{ l/min} = 1,1585 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  betrieben. Daraus ergibt sich vor den Mischelementen bei einem Querschnitt von  $A = d^2 = 0,12 \text{ m} \cdot 0,12 \text{ m} = 0,0144 \text{ m}^2$  eine mittlere Anströmgeschwin-

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

digkeit  $w_m = \dot{V}/A = 8,045 \text{ mm/s}$ . Für den Versuch mit Glyzerin erhält man damit in der Anströmung des Mixers für die Reynolds-Zahl:

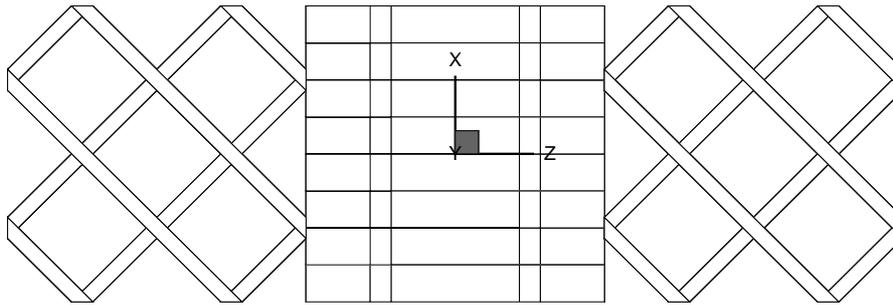
$$\text{Re} = \frac{w_m d \rho}{\eta} = 3,0 \quad (7.2)$$

Bildet man sie hingegen im Mischelement mit der dort herrschenden mittleren Geschwindigkeit

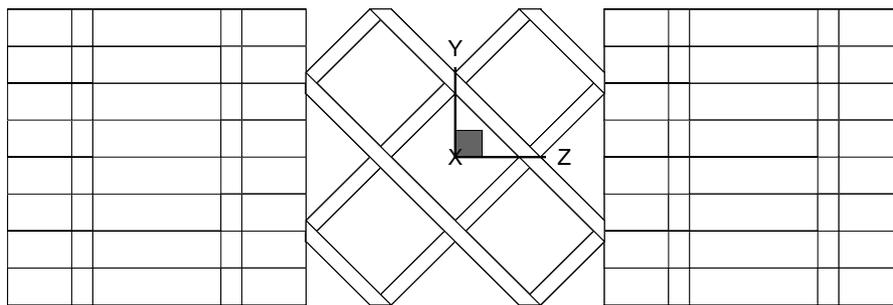
$$\bar{w} = \frac{\dot{V}}{A'} = \frac{\dot{V}}{A - A_{\text{Steg}}} = \frac{\dot{V}}{d^2 - 2\sqrt{2}bd} = 9,370 \text{ mm/s} \quad (7.3)$$

und einer charakteristischen Stegabmessung, erkennt man an der so definierten Reynolds-Zahl von  $\text{Re} = 0,44$ , daß die Strömung mit guter Näherung als schleichend betrachtet werden kann. In Gleichung 7.3 ist mit  $A_{\text{Steg}}$  die Schnittfläche der Stege mit einer Ebene, die senkrecht auf der  $z$ -Achse steht, im mittleren Element gemeint. Als charakteristische Stegabmessung wird die Spaltweite zwischen zwei Stegen von 15 mm gewählt; sie ist gleich der Ausdehnung der Stege in  $x$ -Richtung im mittleren Mischelement. Mit  $b$  wird die Dicke der Stege bezeichnet: sie beträgt im Modell 6 mm.

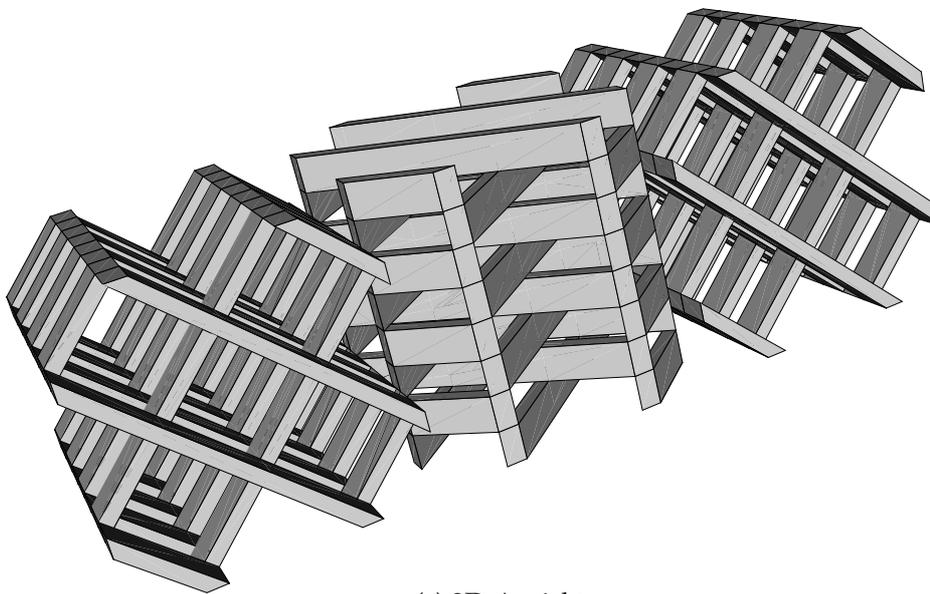
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Seitenansicht



(b) Draufsicht



(c) 3D-Ansicht

**Abbildung 7.8:** Modell des SMX-Mischer mit Koordinatensystem

### 7.3.2 Stoffeigenschaften der Versuchsflüssigkeiten

#### Rheologische Eigenschaften von Glycerin

Das verwendete Glycerin hat einen Reinheitsgrad von 99,5% und verhält sich wie ein rein newtonsches Fluid. Die relevanten Stoffdaten sind allerdings temperaturabhängig. Im besonderen Maße gilt dies für die Viskosität. Daher wurde bei allen Versuchen die Temperatur des Glycerins im Mischer kontrolliert. Während eines Versuches trat durch Dissipation nach einer gewissen Anlaufzeit aber keine weitere Temperaturerhöhung auf, so daß die Stoffwerte für die dann vorliegende Temperatur von 24 °C angegeben werden. Die dynamische Viskosität beträgt  $\eta = 0,40 \text{ Pa s}$  und die Dichte beträgt  $\rho = 1243 \text{ kg/m}^3$ . Daraus ergibt sich eine kinematische Viskosität von  $\nu = \eta/\rho = 0,321 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ .

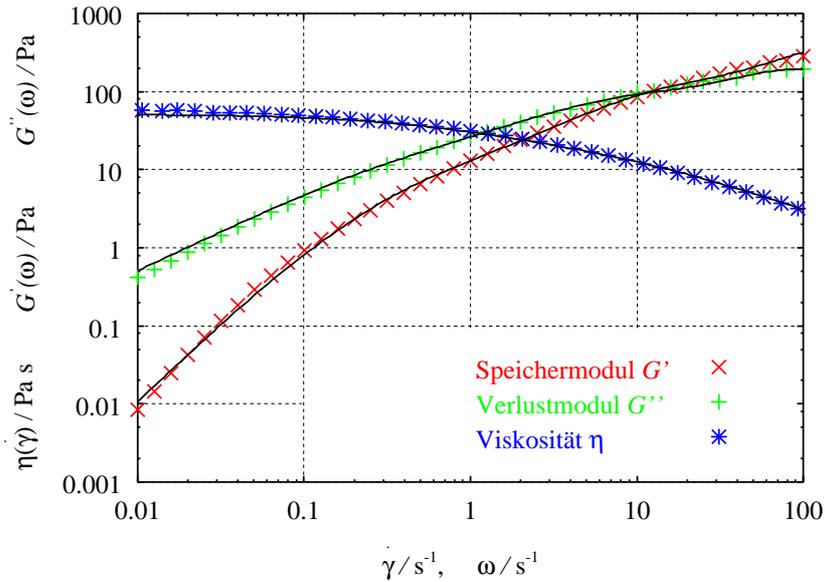
#### Rheologische Eigenschaften von Natrium-Carboxy-Methyl-Cellulose (CMC)

Vom chemischen Standpunkt aus betrachtet handelt es sich bei Natrium-Carboxy-Methyl-Cellulose (CMC) um ein anionisches, wasserlösliches Polymer. Aus reiner Cellulose, die in Wasser völlig unlöslich ist, werden durch Veretherung Hydroxylgruppen des Polysaccharides in Carboxy-Methyl-Gruppen überführt. Die Veretherung geschieht durch eine Reaktion mit Natriumhydroxid und Chloracetatsäure. Dabei brauchen nicht alle Hydroxylgruppen substituiert werden. Der Grad der Substitution ist ein wichtiger Parameter, über den sich die Eigenschaften von CMC steuern lassen. Die maximale Anzahl von substituierten Hydroxylgruppen pro Monomereinheit ist drei. Bei den gebräuchlichsten Handelstypen von CMC reicht der Substitutionsgrad von 0,5 bis 1,35. Durch den anionischen Charakter bedingt kann CMC bis zum vierhundertfachen seines eigenen Gewichtes an Wasser aufnehmen. Es findet in vielen Industriezweigen (z. B. Nahrungsmittelindustrie, Pharmazie, Papierherstellung, Textilindustrie und Bergbau) Anwendung als Verdickungsmittel, Stabilisator, Bindemittel u. a.

CMC-Lösungen verhalten sich nichtnewtonsch. Die Schubspannungen hängen nicht-linear von der Verformungsgeschwindigkeit ab. Diese Lösungen sind pseudoplastisch und können Thixotropie aufweisen. Sie zeigen einen Anstieg der scheinbaren Viskosität, wenn sie über einen gewissen Zeitraum hinweg in Ruhe bleiben. Werden sie wieder in Bewegung versetzt, vermindert sich die scheinbare Viskosität. Die in Rheometerversuchen gemessenen Stoffeigenschaften sind in Abbildung 7.9 wiedergegeben.

Die für die Beurteilung der viskoelastischen Eigenschaften der CMC-Lösung maßgebliche Relaxationszeit  $\lambda$  wird mit Hilfe eines *faktorierten Einfachintegralmodells* unter Verwendung eines diskreten Relaxationsspektrums und einer exponentiellen Dämpfungsfunktion nach WAGNER (im weiteren kurz als *Wagner-Modell* bezeichnet)

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



**Abbildung 7.9:** Viskosität, Speicher- und Verlustmodul von wässriger CMC-Lösung (3%) – Meßpunkte aus Rheometerversuchen, ausgezogene Linien Approximation nach *Wagner-Modell*

aus den gemessenen Daten (vgl. Abbildung 7.9) ermittelt.<sup>2</sup> Dieses spezielle Einfachintegralmodell beschreibt die Gedächtniseigenschaften einer viskoelastischen Flüssigkeit als Produkt eines zeitabhängigen Anteils

$$m(s) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{\lambda_k} e^{-\frac{s}{\lambda_k}} \quad (s - \text{verstrichene Zeit}) \quad (7.4)$$

und eines Anteils, der nur von der Deformation – in Form einer exponentiell gedämpften Funktion der ersten Invariante  $I$  des relativen Rechts-Cauchy-Green Tensors – abhängt:

$$h(I) = e^{-n\sqrt{I-3}} \quad (7.5)$$

Das Modell hat sich in der Praxis vielfach bewährt, und man kann mit seiner Hilfe gemessene Stoffdaten realitätsnah abbilden. Unter Verwendung des zuvor beschriebenen Modells ergeben sich für den Speichermodul  $G'$  und den Verlustmodul  $G''$  unter oszillierender Beanspruchung kleiner Amplitude und für die dynamische Scher-viskosität  $\eta$  unter viskosimetrischer Beanspruchung die folgenden analytischen Ausdrücke:

$$G'(\omega) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k (\lambda_k \omega)^2}{1 + (\lambda_k \omega)^2} \quad G''(\omega) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k \lambda_k \omega}{1 + (\lambda_k \omega)^2} \quad \eta(\dot{\gamma}) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k \lambda_k}{(1 + n \lambda_k \dot{\gamma})^2} \quad (7.6)$$

<sup>2</sup> Zum faktorisierten Einfachintegralmodell siehe [2], zum *Wagner-Modell* siehe [3] und [4].

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Hierbei sind die Relaxationsspannungen  $a_k$ , die Relaxationszeiten  $\lambda_k$  und  $n$  freie Parameter, die so bestimmt werden, daß die Summe der relativen Fehlerquadrate

$$\sum_i \left(1 - \frac{G'(\omega_i)}{G'_i}\right)^2 + \sum_j \left(1 - \frac{G''(\omega_j)}{G''_j}\right)^2 + \sum_k \left(1 - \frac{\eta(\dot{\gamma}_k)}{\eta_k}\right)^2 \quad (7.7)$$

minimal wird.

Die mittlere Relaxationszeit  $\lambda$  und die Nullviskosität  $\eta_0$  lassen sich dann wie folgt berechnen:

$$\eta_0 = \sum_{k=1}^K a_k \lambda_k \quad \lambda = \frac{1}{\eta_0} \sum_{k=1}^K a_k \lambda_k^2 \quad (7.8)$$

Bei Verwendung von sechs Summanden (d. h.  $K = 6$ ) ergeben sich die Stoffparameter wie in Tabelle 7.1 gezeigt. Damit erhält man für die Nullviskosität den Wert  $\eta_0 = 51,0$  Pa s und für die mittlere Relaxationszeit den Wert  $\lambda = 2,1$  s. Die Dichte der CMC-Lösung beträgt  $\rho = 0,998$  kg/m<sup>3</sup>.

**Tabelle 7.1:** Parameter für das rheologische Stoffmodell  
(3%ige CMC-Lösung)

$$n = 0,26772$$

$k$	$\lambda_k$ in s	$a_k$ in Pa
1	$1 \cdot 10^{-2}$	$3,6583 \cdot 10^2$
2	$1 \cdot 10^{-1}$	$9,4211 \cdot 10^1$
3	$3 \cdot 10^{-1}$	$2,5754 \cdot 10^1$
4	$1 \cdot 10^0$	$8,8182 \cdot 10^0$
5	$3 \cdot 10^0$	$5,6262 \cdot 10^0$
6	$1 \cdot 10^1$	$4,5140 \cdot 10^{-1}$

Die Wahl der Konzentration der CMC-Lösung und damit ihrer Viskosität, Relaxationszeit und optischen Transparenz ist ein Optimierungsprozeß. Eine möglichst große Relaxationszeit wird benötigt, um die Unterschiede im Strömungsverhalten zwischen newtonschen und nichtnewtonschen Fluiden herauszuarbeiten. Je höher die Konzentration ist, desto größer ist auch die Relaxationszeit. Mit zunehmender Konzentration nimmt allerdings die optische Transparenz der Lösung deutlich ab. Es muß also ein Kompromiß zwischen dem gewünschten Auftreten nichtnewtonscher Effekte und ausreichender Transparenz der Flüssigkeit für die PIV-Messungen gefunden werden. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß mit der Viskosität auch der Druckverlust in der Versuchsstrecke steigt. Im infrage kommenden Bereich überschritt dieser aber nie die Grenzen der Belastbarkeit der Plexiglasverklebungen. Auf die Problematik abnehmender Transparenz der Versuchsflüssigkeit wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

### Optische Eigenschaften der Versuchsflüssigkeiten

Das verwendete Glycerin weist eine Brechzahl von  $n = 1,474$  auf, die dreiprozentige CMC-Lösung hingegen hat eine Brechzahl von lediglich  $n = 1,338$ . Das Plexiglas, aus dem das Gehäuse und die Mischelemente des SMX-Mischer gefertigt sind, hat mit  $n = 1,491$  die höchste Brechzahl im Verbund Mischer – Flüssigkeit. Daraus ergibt sich für den Brechzahlunterschied zwischen Plexiglas und Glycerin ein Wert von  $\Delta n = 0,017$ , während der Unterschied der Brechzahlen zwischen Plexiglas und der CMC-Lösung mit  $\Delta n = 0,153$  neunmal größer ist. Dieser höhere Brechzahlunterschied führt bei der Aufnahme der Partikelbilder und deren anschließender Auswertung zu unangenehmen Effekten, wie sie z. B. in den Abbildungen 7.34 und 7.35 an den dunkel eingezeichneten Stegen zu erkennen sind. Die Unterbrechungen der ansonsten gleichmäßigen Konturplots bei  $|z| = 170 \text{ mm} \dots 180 \text{ mm}$  sind eindeutig Meßfehler. Wie und warum sie nur bei Verwendung der CMC-Lösung entstehen, kann man anhand der Partikelbilder aus Abbildung 7.10 gut nachvollziehen.

In den beiden Fotos erkennt man einen Steg, der von der linken oberen Ecke in einem Winkel von  $45^\circ$  nach rechts unten verläuft. Dieser Steg wird vom Laserlichtschnitt in seiner Mitte geschnitten. Ein zweiter Steg verläuft von der linken unteren Ecke in einem Winkel von  $45^\circ$  nach rechts oben. Er liegt zwischen dem Laserlichtschnitt und der CCD-Kamera. Dieser Steg ist kaum zu erkennen, wenn der Mischer mit Glycerin gefüllt ist (siehe Abbildung 7.10(a)). Bei einer Füllung des Mischer mit der CMC-Lösung ist der Steg hingegen deutlich zu erkennen (siehe Abbildung 7.10(b)). Dies beruht auf dem gegenüber Glycerin neunmal höheren Brechzahlunterschied zu Plexiglas. Weiterhin erkennt man an der senkrechten Stirnfläche eines Steges einen waagrecht orientierten Stift. Er diente zur Justierung des Meßvolumens eines LDV-Systems bei zeitgleich durchgeführten Messungen.

Qualitativ unterscheiden sich die beiden Fotos im Kontrast zwischen den Partikeln und der Flüssigkeit, in der Breite der Schattenwürfe und in der Sichtbarkeit des nicht im Lichtschnitt liegenden Steges. Alle diese Effekte sind auf die stärkere Brechung des Laserlichtes im Falle der Füllung des Mischer mit CMC-Lösung zurückzuführen.

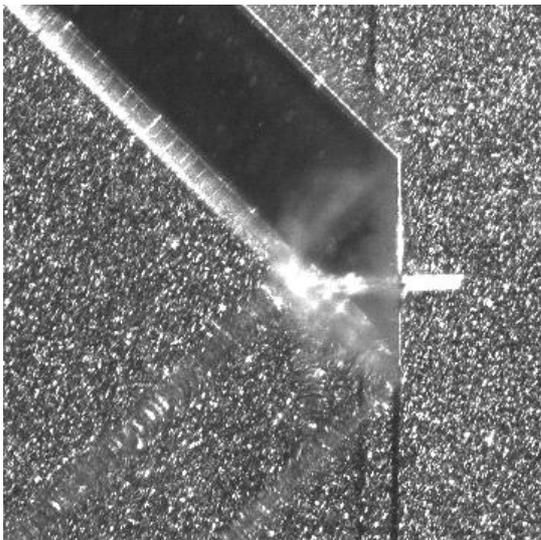
Der geringere Kontrast zwischen den Partikeln und der CMC-Lösung erwies sich als nicht problematisch. In Bereichen, in denen keine sonstigen Störungen der Bildqualität vorlagen, war das Signal-Rausch-Verhältnis in der Kreuzkorrelationsebene immer weit höher, als es für eine zuverlässige Auswertung mindestens erforderlich ist.

Die Breite des Schattenwurfes bei Glycerin beträgt ungefähr 4 px und damit  $1/8$  der Kantenlänge der *interrogation area*. Der daraus resultierende Fehler ist kleiner als der statistische Fehler von PIV-Messungen, wie WESTERWEEL in [57] nachgewiesen hat. Demgegenüber sind die Schattenwürfe bei CMC-Lösung ungefähr 20 px breit, was einem Wert von  $5/8$  der Kantenlänge der *interrogation area* entspricht. Bereits bei einem Wert von  $1/5$  wird der daraus resultierende Fehler signifikant. Dementsprechend finden sich im Bereich der Schattenwürfe in den nachfolgenden Abbildungen 7.12 bis

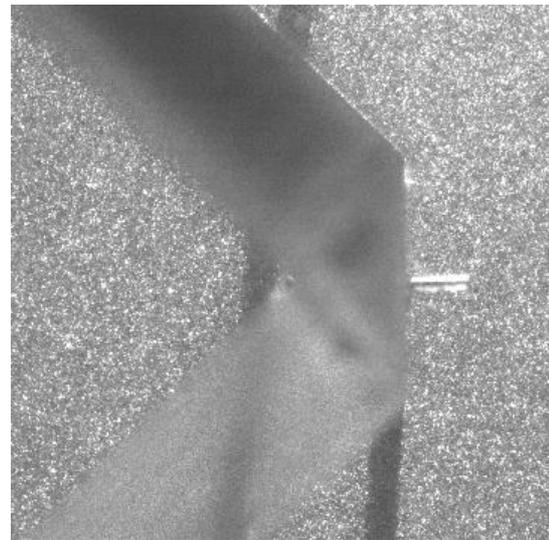
7.39 bei den Messungen in Glyzerin keine Meßfehler, wohl aber bei Messungen in CMC-Lösung.

Da der nicht im Lichtschnitt liegende Steg in Glyzerin kaum sichtbar ist und zudem seine Seitenflächen parallel zum Lichtschnitt und zur Bildebene der CCD-Kamera liegen, konnten auch im Bereich dieses Steges zuverlässig und mit hoher Genauigkeit die Geschwindigkeitsvektoren berechnet werden.<sup>3</sup> Bei Verwendung der CMC-Lösung sind die Partikel im selben Bereich kaum noch zu erkennen. Dadurch ist hier eine Auswertung nicht mehr möglich. Aus diesem Grund wurde bei den Ergebnissen für die CMC-Lösung die Lage von Stegen, die außerhalb des Lichtschnittes liegen, in Ergänzung zu den übrigen Stegen (hellgrau), die im Lichtschnitt liegen, durch dunkelgraue Flächen gekennzeichnet.

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, daß keinerlei Filterung oder Interpolation der Meßwerte vorgenommen wurde, um die nachfolgenden Abbildungen zu erzeugen. Lediglich der stationäre Charakter der Strömung wurde ausgenutzt, indem über jeweils dreißig berechnete Geschwindigkeitsfelder arithmetisch gemittelt wurde.



(a) Partikel in Glyzerin



(b) Partikel in CMC-Lösung

**Abbildung 7.10:** Partikelbilder im Bereich zweier Stege

---

<sup>3</sup> Wegen der Parallelität entstehen keine Verzerrungen der aufgenommenen Partikelbilder.

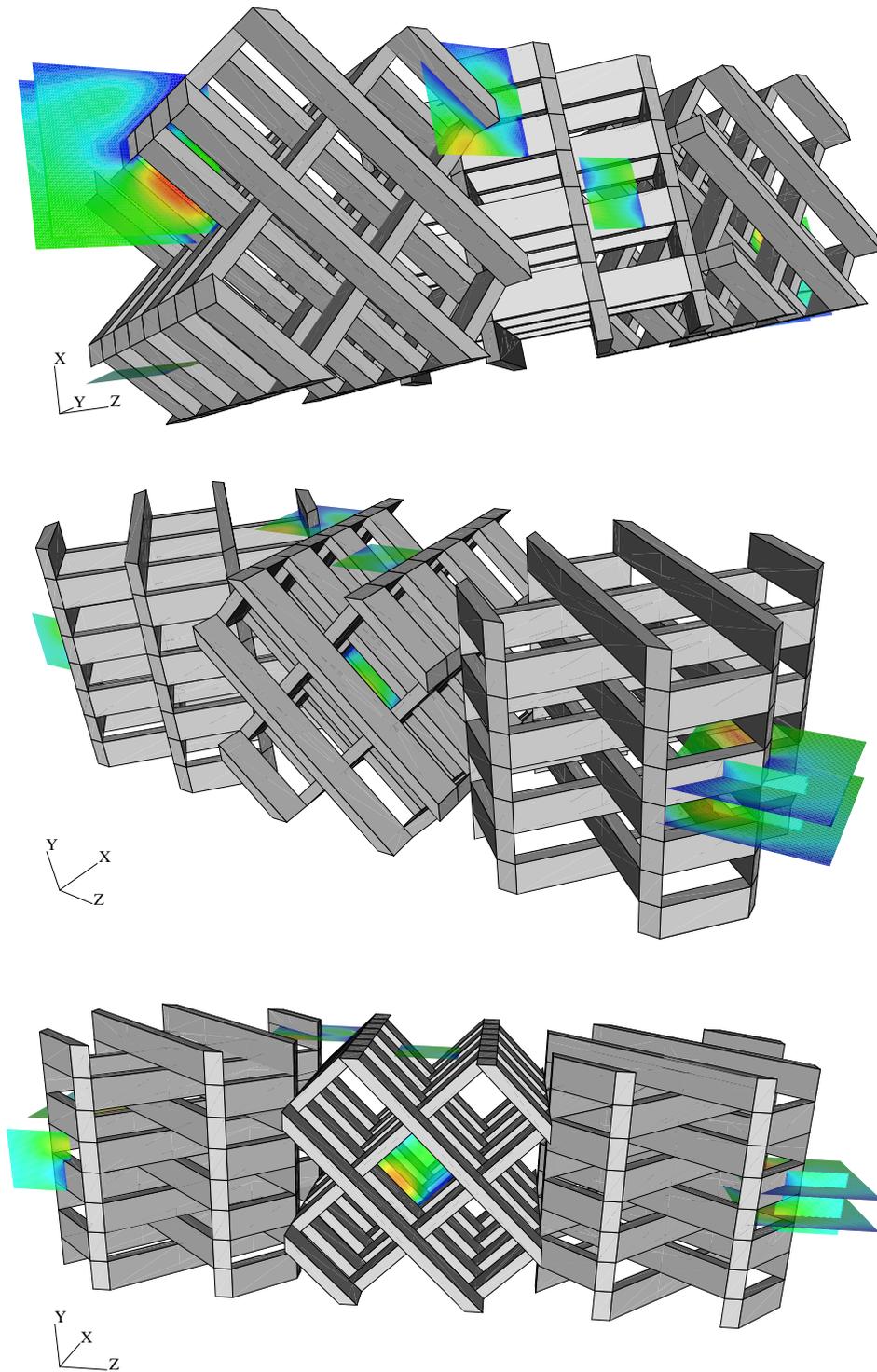
### 7.3.3 Lage der Meßebenen im Modell des SMX-Mischers

Anhand der Abbildung 7.11 soll die Lage der zehn Meßebenen, die zur exemplarischen Darstellung des Geschwindigkeitsfeldes ausgewählt wurden, veranschaulicht werden. Ziel der Auswahl der Meßebenen war es, Gebiete zu zeigen, die das Charakteristische des Mischverhaltens des SMX-Mischers verdeutlichen. Außerdem sollten die Symmetrieeigenschaften des Strömungsfeldes untersucht werden können, die in Abschnitt 7.7 erläutert werden.

Drei Meßebenen befinden sich am Eintritt des Mischers, eine Ebene im Übergangsbereich zwischen dem ersten und dem zweiten Mischelement und zwei weitere im Inneren des zweiten Elementes. Eine Meßebene bildet das Strömungsfeld in Wandnähe im zweiten Element ab, und die drei übrigen Meßebenen liegen im Austrittsbereich des dritten Mischelementes.

Zur leichteren Orientierung und Zuordnung der Meßergebnisse ist in Abbildung 7.11 zu jeder Lage des Mischers das zugehörige Koordinatendreieck eingezeichnet. Zu beachten ist jedoch, daß der Koordinatenursprung gemäß Abbildung 7.8 im Zentrum des zweiten Mischelementes liegt. Weiterhin sind die Meßebenen mit dem Betrag der Geschwindigkeitskomponenten, die in ihnen liegen, eingefärbt. Dies soll es ermöglichen, die später folgenden Grafiken ihrer Lage im Mischer zuordnen zu können.

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



**Abbildung 7.11:** Lage der Meßebenen im Modell des SMX-Mischers

## 7.4 Ergebnisse für Glycerin

Bevor die Meßergebnisse aus den einzelnen Meßebenen vorgestellt werden, erfolgen einige für alle Ebenen geltende Bemerkungen zur Darstellungsform. Die in den Ebenen liegenden Geschwindigkeitskomponenten werden durch Vektorpfeile, die in ihrer Länge geschwindigkeitsproportional und in jeder Abbildung im gleichen Maßstab skaliert sind, dargestellt. Von den jeweils ungefähr 3900 Vektorpfeilen wird allerdings nur jeder zehnte Vektorpfeil gezeichnet. Zur Einschätzung der räumlichen Auflösung des PIV-Meßverfahrens muß man sich die Darstellung der Vektorpfeile also wesentlich dichter vorstellen. Diesen *vector maps* ist der Betrag der Geschwindigkeitskomponenten, die in der jeweiligen Meßebene liegen oder die Wirbelvektorkomponente, die aus der jeweiligen Ebene herauszeigt, als farbiger Konturplot unterlegt. Die Legenden am oberen Bildrand unterstützen diese qualitative Veranschaulichung mit konkreten Zahlenwerten. Wo Stege in oder vor der Meßebene liegen, sind die Stege durch graue Balken markiert. Für einige Meßebenen wird darüber hinaus entlang ausgewählter Linien die Wirbelvektorkomponente in Form einer  $x$ - $y$ -Grafik herausgezogen. Dies dient dem Vergleich mit analytischen Erkenntnissen zur Umströmung scharfer Ecken, die MOFFATT in [33] dargelegt hat.<sup>4</sup>

### 1. Mischelement

Die Strömung im Bereich des ersten Mischelementes ist dadurch gekennzeichnet, daß sich hier die rein axiale Strömung in einem quadratischen Kanal in eine komplizierte dreidimensionale Strömung umbildet.

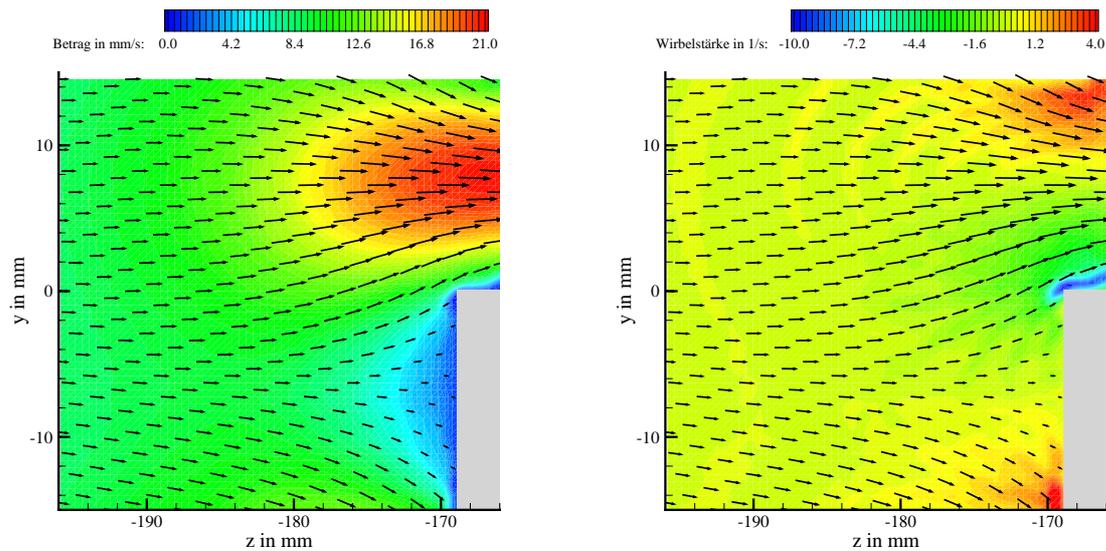
Die Stromaufwirkung des ersten Mischelementes läßt sich in Abbildung 7.12(a) beobachten. Schon am linken Bildrand erkennt man besonders im unteren Bereich, daß die Vektorpfeile deutlich von der vorher axialen Strömungsrichtung ( $z$ -Achse) abweichen. Je mehr sich das Fluid dem Mischelement nähert, desto stärker wird der Effekt. In der unteren Hälfte trifft das Fluid auf einen Steg, hier nimmt die Geschwindigkeit kontinuierlich bis auf Null ab. Da der Strömungsweg im weiteren versperrt ist, muß das Fluid nach oben und unten ausweichen. Im oberen Bereich, in dem kein Steg liegt, wird das Fluid daher in Strömungsrichtung beschleunigt und strömt mit mehr als dem Zweieinhalbfachen der mittleren Anströmgeschwindigkeit durch die Engstelle.

Die Wirbelstärke konzentriert sich an den Ecken der Stege. Dort wird das Fluid am stärksten umgelenkt. In Abbildung 7.12(b) scheinen sich *Wirbelstärkewellen* stromauf auszubreiten; dies ist erkennbar an den abwechselnd hellgrünen und gelben Bereichen. Hierbei handelt es sich aber um einen numerischen Effekt, der durch die aufrauhend wirkende Differentiation bei der Bildung der Geschwindigkeitsgradienten entsteht.

---

<sup>4</sup> Der theoretische Hintergrund ist in der gebotenen Kürze im Anhang ab Seite 162 zusammengefaßt. Weitergehende Erläuterungen sind in [25] niedergelegt.

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



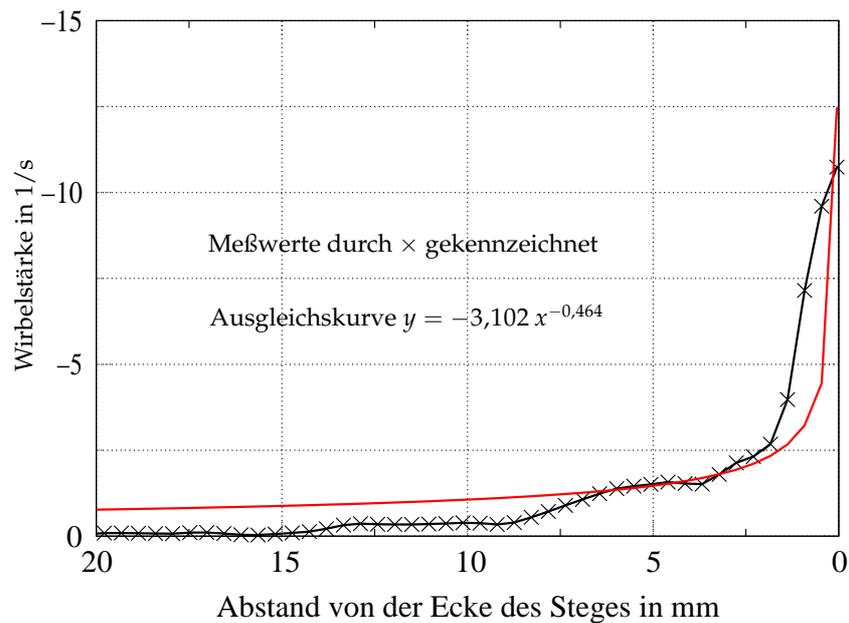
(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.12:** 1. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm

Die Abbildung 7.13 verdeutlicht, daß die Wirbelstärke bis nahe an die Stege heran sehr klein bleibt. Im Leerrohr, d. h. stromauf des ersten Mischelementes, sollte aufgrund der Axialsymmetrie der Strömung die Wirbelstärke entlang der Linie  $y = 0$  gleich Null sein. Diese Annahme wird durch die Meßwerte bestätigt. Erst in unmittelbarer Nähe der Stege (wenige Millimeter) steigt die Wirbelstärke steil an. Durch die Meßkurve wurde eine Ausgleichsfunktion des Typs  $y = Ax^B$  gelegt. Der Parameter  $B = -0,485$  stimmt überraschend gut mit dem theoretisch vorhergesagten Wert von  $-0,456$  überein, der allerdings für ebene Strömungen gilt. Daraus kann man schließen, daß die dreidimensionalen Effekte in dieser Meßebe, die im Abstand von 15 mm parallel zur Kanalwand liegt, noch nicht sehr ausgeprägt sind.

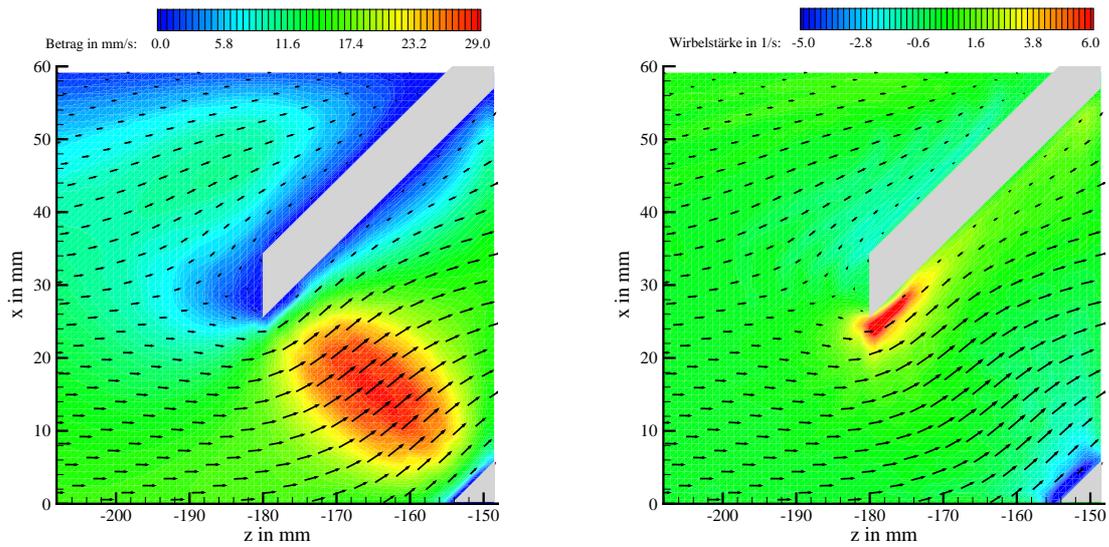
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



**Abbildung 7.13:** Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  im ersten Mischelement in der Ebene  $x = -45$  mm entlang der Linie  $y = 0$  mm

Die Abbildung 7.14 zeigt eine Meßebeane, deren oberer Rand an der Kanalwand liegt und deren unterer Rand entlang der Mittellinie des Mixers verläuft. Dadurch bildet sich im oberen Bereich ein Zwickel aus, der dem Fluid nur noch den Weg senkrecht zur Meßebeane offen läßt. Das Fluid, das im unteren Bereich zuströmt, wird stark beschleunigt und durch die beiden parallel verlaufenden Stege nach rechts oben gezwungen. Die Wirbelstärke konzentriert sich auch hier an den Stegecken. Entlang der Linie von der Stegecke in der Bildmitte zur rechten unteren Ecke zeigt sie qualitativ das gleiche Verhalten wie schon zuvor beschrieben (siehe Abbildung 7.15).

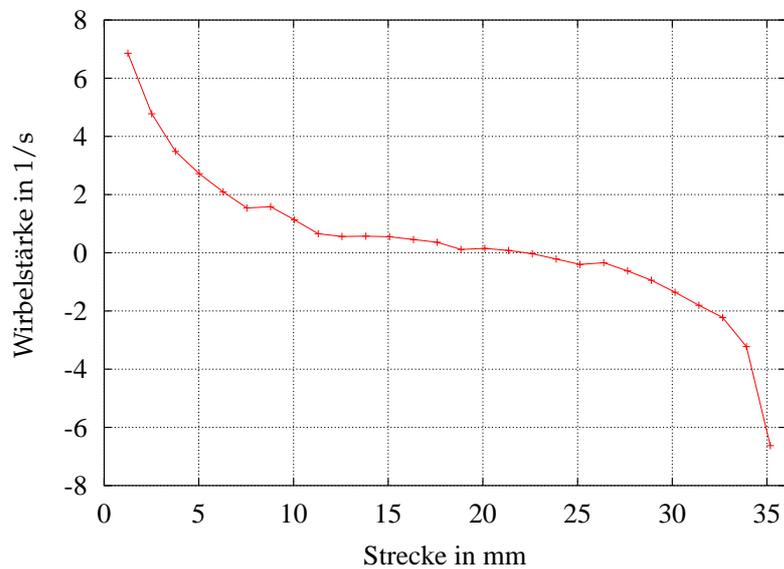
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.14:** 1. Mischelement – Ebene  $y = 7,5$  mm

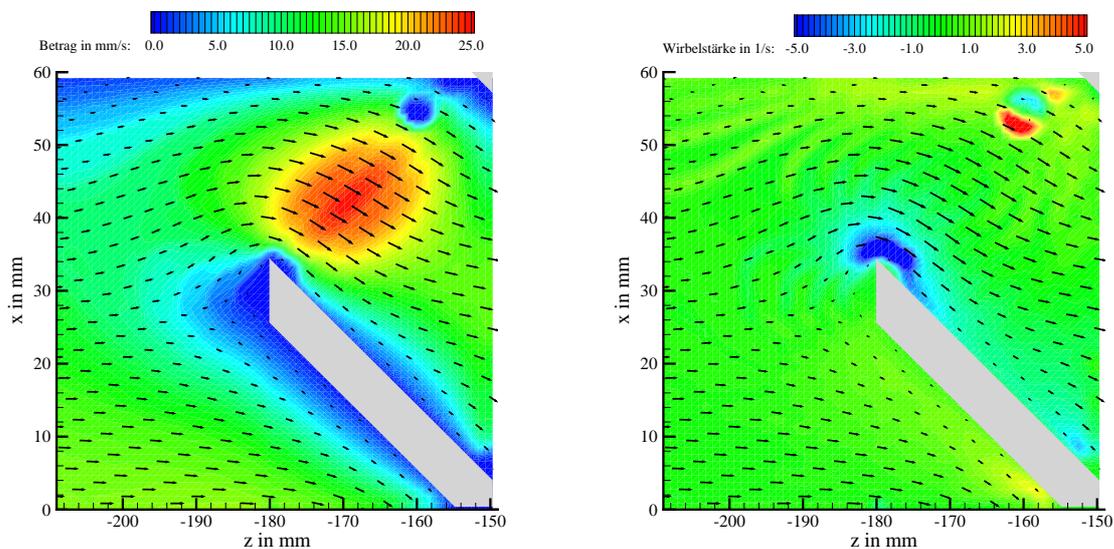


**Abbildung 7.15:** Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  im ersten Mischelement in der Ebene  $y = 7,5$  mm entlang einer Linie von  $(-177,5; 26,2)$  nach  $(-153,5; 2,3)$

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Die Meße Ebene in Abbildung 7.16 liegt in der Mitte der Stegebene, die der Stegebene aus Abbildung 7.14 unmittelbar benachbart ist. Die Stege verlaufen also an der horizontalen Mittelachse des Bildes gespiegelt. Daher sehen auch die *vector maps* ganz ähnlich aus. Dennoch gibt es zwei erwähnenswerte Unterschiede. Zuerst fällt beim Konturplot des Geschwindigkeitsbetrages der dunkelblaue, kreisrunde Fleck rechts oben auf. Analog dazu findet sich beim Konturplot der Wirbelvektorkomponente ein gleichartiger Fleck, der in der einen Hälfte rot und in der anderen Hälfte hellblau gefärbt ist. Dabei handelt es sich um eine Anomalie, die durch eine Reflexion hervorgerufen wurde und sich nicht beseitigen ließ. An dieser Stelle ist auf den Pixelbildern ein heller Fleck zu sehen, der in der Auswertung dazu führt, daß die Geschwindigkeit dort zu Null berechnet wird. Der hellrote Fleck ganz rechts oben im Konturplot der Wirbelvektorkomponente ist wieder korrekt berechnet und hängt mit dem Richtungswechsel der Strömung am dort beginnenden Steg zusammen.

Weiterhin ist der Bereich der hohen Geschwindigkeiten kleiner als in der zuvor behandelten Meße Ebene, und auch das Geschwindigkeitsmaximum fällt kleiner aus. Der Grund ist, daß das Fluid nicht in einen Zwickel zwischen Wand und Steg getrieben wird, sondern entlang der beiden Stege nach unten strömen kann, so daß hier der Strömungsquerschnitt größer ist als im vorigen Fall. Erwähnenswert ist, daß sich auch hier wie in Abbildung 7.14 die Wirbelstärke an der spitzen Ecke des Steges konzentriert. Aber hier hat die Wirbelstärke ein anderes Vorzeichen (erkennbar an der Farbe), da das Fluid hier in entgegengesetzter Richtung um die Ecke strömt.



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.16:** 1. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm

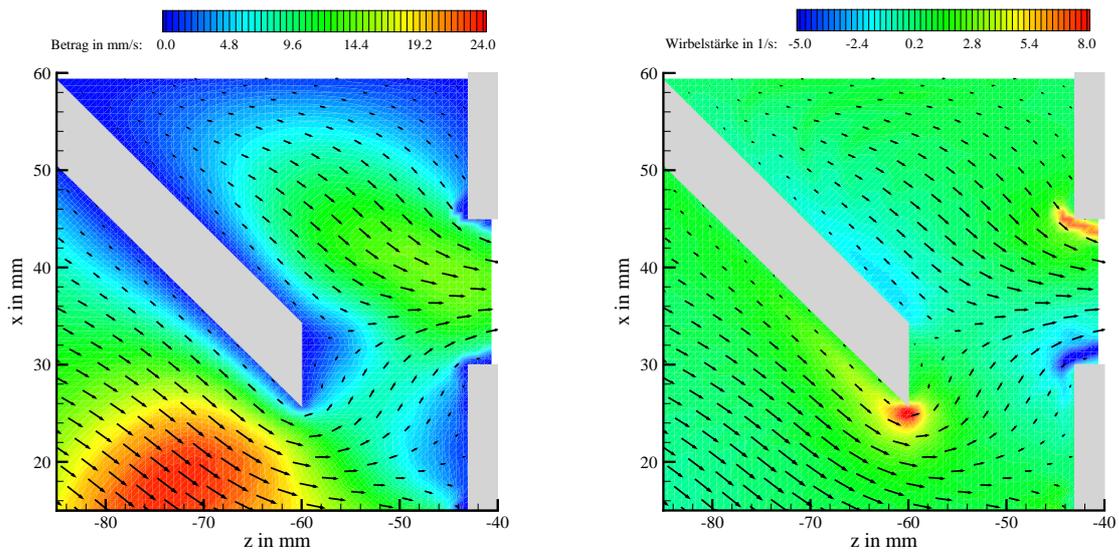
### 2. Mischelement

Die Meßebeane aus Abbildung 7.17 liegt im Übergangsbereich vom ersten zum zweiten Mischelement. Sie wird am oberen Rand durch den Gehäusedeckel begrenzt und liegt im Abstand von 7,5 mm parallel zur vorderen Gehäusewand. Dieser Bereich ist dadurch gekennzeichnet, daß die im ersten Mischelement vorwiegend in senkrechten Schichten verlaufende Strömung nunmehr einer horizontal orientierten Anordnung folgen muß. Auffallend ist die starke Umlenkung des Fluids an der unteren spitzen Ecke des schräg verlaufenden Steges und das Zusammenfließen der beiden Teilströme oberhalb und unterhalb des Steges und ihr gemeinsames Einströmen in eine Öffnung des zweiten Mischelementes. Auf diesem wiederholten Trennen und Zusammenführen des Fluids beruht auch die gute Mischwirkung des Mixers. Die in Abbildung 7.18 herausgezogene Wirbelvektorkomponente verhält sich qualitativ wie zuvor beschrieben, obwohl ihr Gradient nicht so ausgeprägt ist.

Zwischen den Meßebenen aus den Abbildungen 7.19 und 7.20 liegt das Zentrum des SMX-Mixers. Da bei dieser Lage mehrere der später vorgestellten Symmetrieüberlegungen greifen, wirken die Darstellungen auch sehr ähnlich. Zwei Kanten sind jeweils durch Stege begrenzt, und an den anderen Kanten kann das Fluid ungehindert ausströmen. Man erkennt das an der Färbung des Geschwindigkeitsbetrages. Deutlich wird hier die starke Leitwirkung der Stege: das Fluid strömt im wesentlichen entlang der Stege. Die in der Mitte der Abbildungen zu beobachtende, zwischenzeitliche Umlenkung in eine mehr horizontale Richtung wird durch die Strömung in den benachbarten Stegreihen hervorgerufen, in denen die Stege um  $90^\circ$  geneigt sind und die Strömung entsprechend verläuft.

Auch die Abbildung 7.21 wirkt sehr symmetrisch. Die Meßebeane liegt mittig direkt vor dem Mixermittelpunkt im Abstand von 7,5 mm von der vorderen Gehäusewand. Links oben und rechts unten berührt die Meßebeane zwei Stege, die im Winkel von  $\pm 45^\circ$  zu ihr verlaufen. Dort wird das Fluid entlang der Stege durch die Meßebeane hinab- bzw. heraufgeführt. An den Stellen, an denen keine Stege liegen, ist wieder die starke Beschleunigungswirkung zu erkennen. Deutlich wird ebenfalls das Mischprinzip. Am oberen Rand strömt Fluid hinzu, das sich mit einem Teilstrom aus der unteren Bildhälfte vereinigt und rechts oben wieder ausströmt. Gleichzeitig strömt ein Teil des links unten eintretenden Fluids unten aus dem Meßfenster hinaus. Besonders augenfällig ist hier die Verteilung der Wirbelstärke. Sie entsteht räumlich eng begrenzt an den Kanten der Stege und nimmt dann in kurzer Entfernung von den Stegen schnell wieder ab. Auch der Betrag der Wirbelvektorkomponente verhält sich entlang der Linie  $x = 0$  völlig symmetrisch zum Punkt  $z = 0$  (siehe Abbildung 7.22).

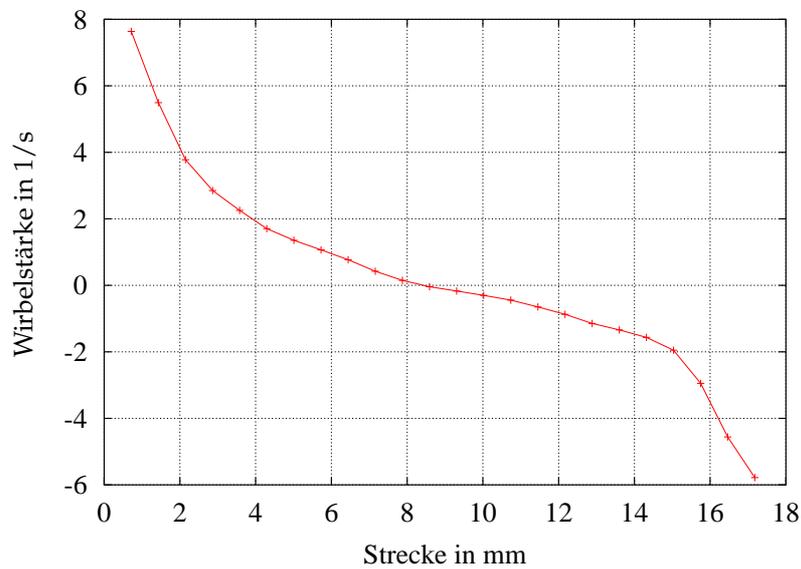
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

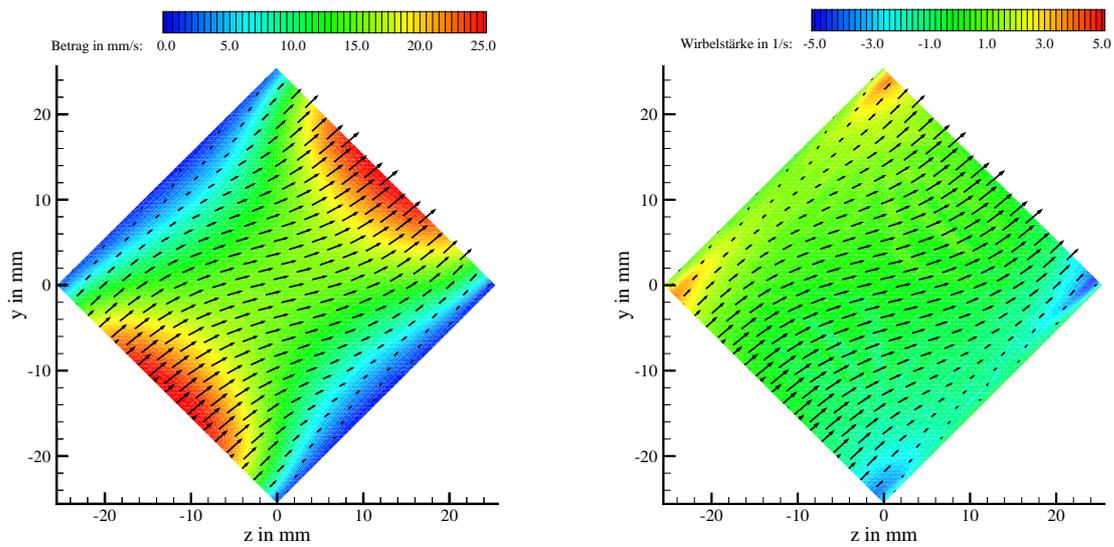
(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.17:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm



**Abbildung 7.18:** Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  im zweiten Mischelement in der Ebene  $y = 52,5$  mm entlang einer Linie von  $(-60,1; 24,9)$  nach  $(-43,8; 30,5)$

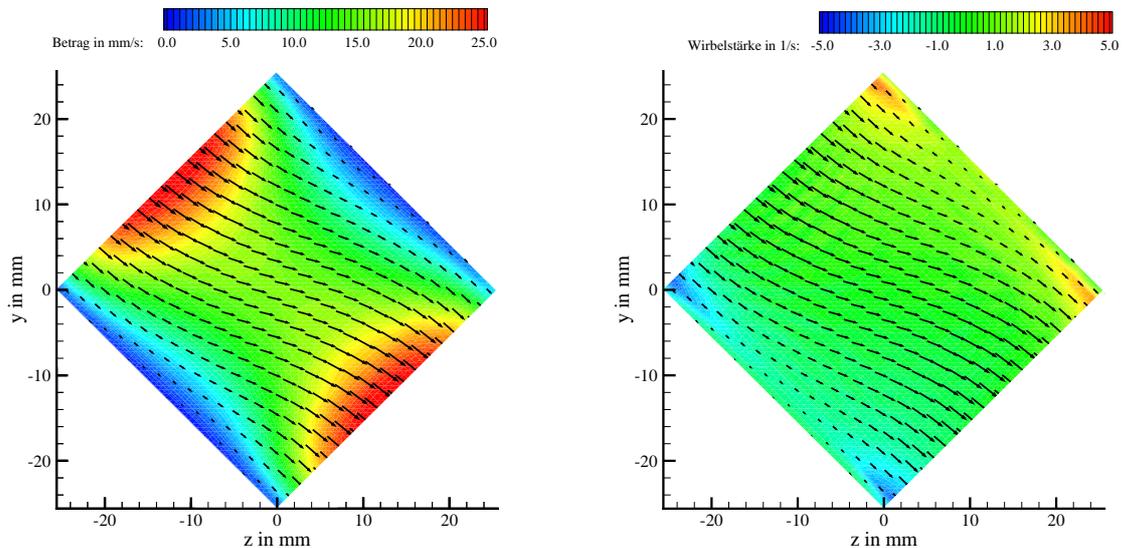
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.19:** 2. Mischelement – Ebene  $x = -7,5$  mm

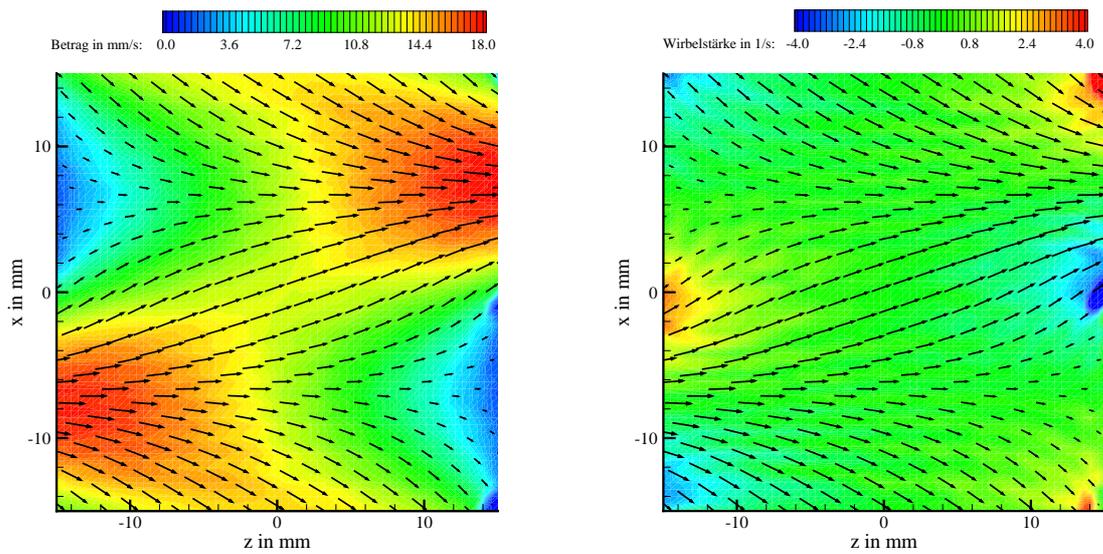


(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.20:** 2. Mischelement – Ebene  $x = 7,5$  mm

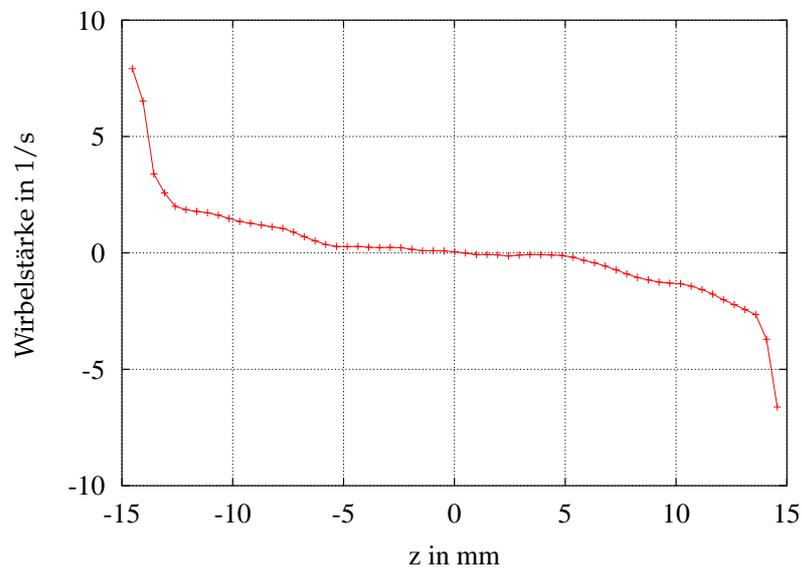
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.21:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm

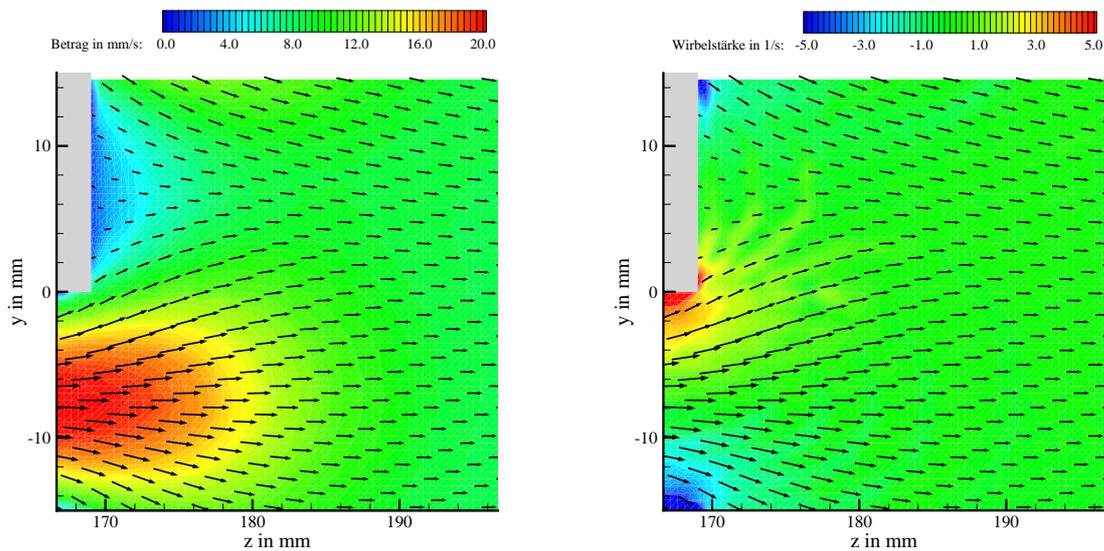


**Abbildung 7.22:** Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  im zweiten Mischelement in der Ebene  $y = 52,5$  mm entlang der Linie  $x = 0$

### 3. Mischelement

Die Strömung im dritten Mischelement verläuft in gewisser Weise ganz ähnlich wie im ersten Mischelement. Daher gleichen sich die Abbildungen auch auffällig. Natürlich strömt das Fluid aus dem dritten Mischelement heraus, während es in das erste Mischelement hineinströmt. Dennoch haben die Strömungen, wie in Abschnitt 7.7 gezeigt wird, aufgrund der Geometrie des SMX-Mischers mehr miteinander gemeinsam, als man vielleicht auf den ersten Blick vermuten würde. Vieles, was schon zuvor für das erste Mischelement ausgeführt wurde, gilt daher auch an dieser Stelle. Deshalb beschränken sich die folgenden Texte auf die Unterschiede.

Am Austritt des dritten Mischelementes formt sich die komplizierte dreidimensionale Strömung wieder in die rein axiale Strömung in einem quadratischen Kanal um. Die Stromabwirkung des dritten Mischelementes läßt sich mit Abbildung 7.23 zeigen. Am rechten Bildrand erkennt man im oberen Bereich, daß die Vektorpfeile noch deutlich von der axialen Strömungsrichtung ( $z$ -Achse) abweichen. Je weiter sich das Fluid von dem Mischelement entfernt, desto schwächer wird der Effekt.



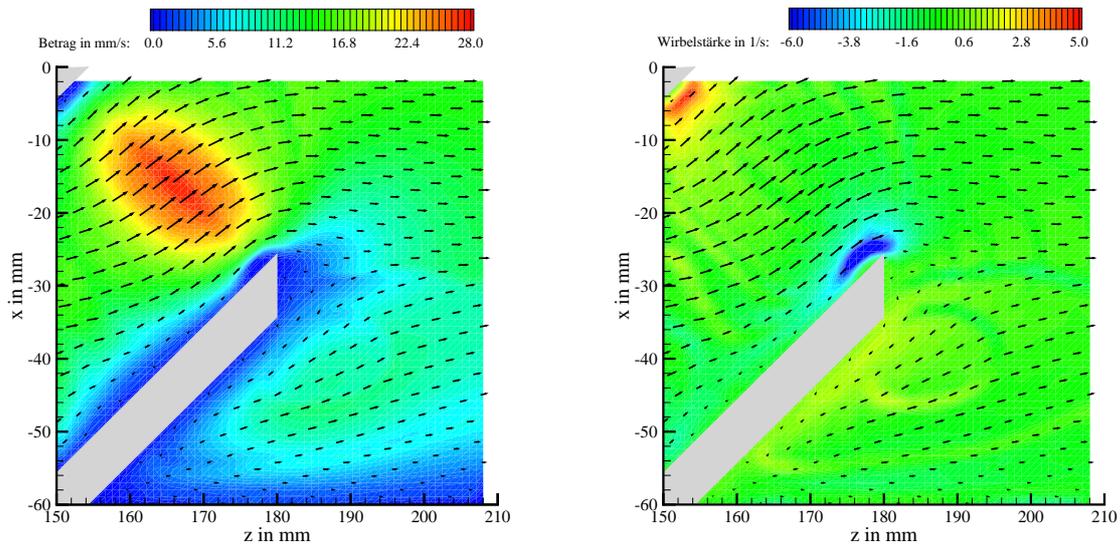
(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.23:** 3. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Analog zur Abbildung 7.14 zeigt Abbildung 7.24 eine Meße Ebene, deren unterer Rand an der Kanalwand liegt und deren oberer Rand entlang der Mittellinie des Mixers verläuft. Dadurch bildet sich auch hier ein Zwickel, in dessen Bereich die Geschwindigkeiten niedrig bleiben. Erwähnenswert ist, daß das Fluid aus diesem Zwickel herausströmt, als ob dort eine Quelle vorhanden wäre. Tatsächlich strömt das Fluid senkrecht zur Meße Ebene um den dargestellten Steg herum und fließt dann in der axialen Hauptströmungsrichtung ab.



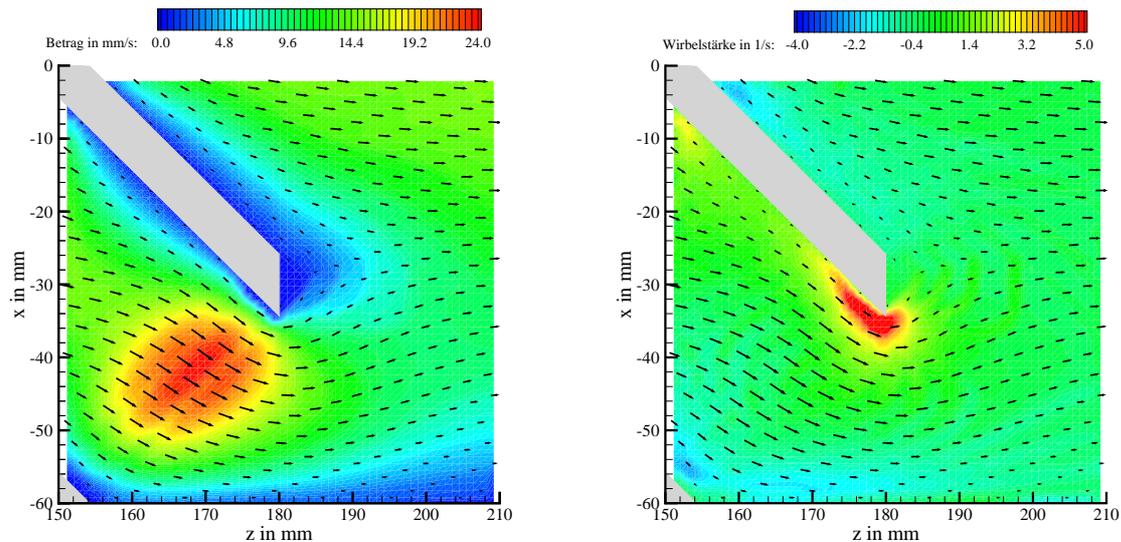
(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.24:** 3. Mischelement – Ebene  $y = 7,5$  mm

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Anhand der Abbildung 7.25 soll auf ein Phänomen eingegangen werden, das im Nachlauf des Mixers leichter zu erläutern ist als in seinem Eintritt. Zwischen den beiden Stegen trifft das Fluid nahezu im Winkel von  $45^\circ$  auf die untere Behälterwand. Danach strömt es nicht parallel zur Wand weiter, vielmehr ändert es seine Richtung leicht nach oben. Zwei Effekte spielen hierbei eine Rolle. Zum einen wird das Fluid um mehr als  $45^\circ$  umgelenkt, da der vertikale Impulsstrom nicht vollständig durch Reibung dissipiert wird. Zum anderen muß das Fluid hinter dem Mischer wieder den gesamten Strömungsquerschnitt ausfüllen und daher in Bereiche gelangen, die vorher durch Stege versperrt waren.



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

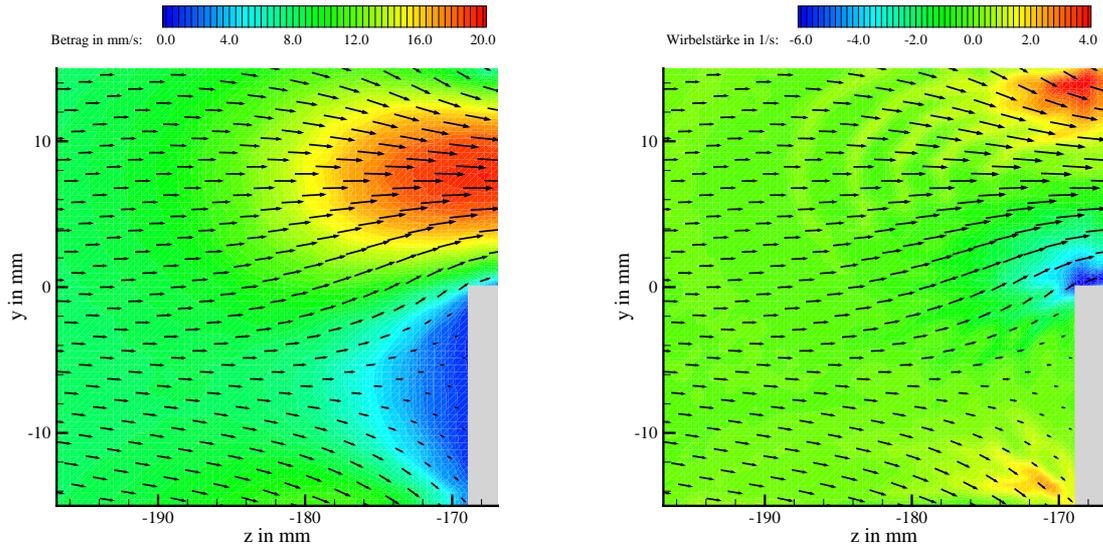
**Abbildung 7.25:** 3. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm

## 7.5 Ergebnisse für CMC

Die Fließeigenschaften der CMC-Lösung unterscheiden sich deutlich von denen des Glycerins. Daher kann man entsprechende Unterschiede in den folgenden Abbildungen erwarten. Dennoch fallen auf den ersten Blick keine nennenswerten Abweichungen vom newtonschen Fall auf. Bedenkt man aber, daß die Strömung in erster Linie durch die Geometrie des Mixers festgelegt ist, wird verständlich, daß die Unterschiede nur im Detail zu finden sein werden. Hierzu sind die *vector maps* allerdings nicht gut geeignet. Ein quantitativer Vergleich der Strömungen der beiden Fluide folgt in Abschnitt 7.6. Dort werden mit Hilfe von Geschwindigkeitsprofilen, die aus den *vector maps* herausgezogen wurden, die Unterschiede deutlich. Um unnötige Wiederholungen von Beschreibungen gleichartiger Strömungen zu vermeiden, folgen die Ergebnisse für die CMC-Lösung hier nicht näher kommentiert. Es mag trotzdem nützlich sein, wenn der Leser einzelne Abbildungen mit denen für das newtonsche Fluid vergleicht.

Auf Seite 98 f. wurde auf die Meßfehler eingegangen, die in engem Zusammenhang mit den optischen Eigenschaften der CMC-Lösung stehen. Die Folgen kann man in Abbildung 7.28 am rechten Bildrand erkennen. Dort ist ein blauer Bereich zu erkennen, der durch einen Schattenwurf entstanden ist. In Gebieten von Schattenwürfen finden sich keine sinnvoll auswertbaren Partikelbilder. Deshalb werden die Geschwindigkeiten dort zufällig oder zu Null bestimmt. Gleiches gilt für die Abbildungen 7.34 (links oben läuft ein grüner Balken durch ein ansonsten rotes Gebiet) und 7.35 (rechts unten läuft ein grüner Balken durch ein ansonsten rotes Gebiet).

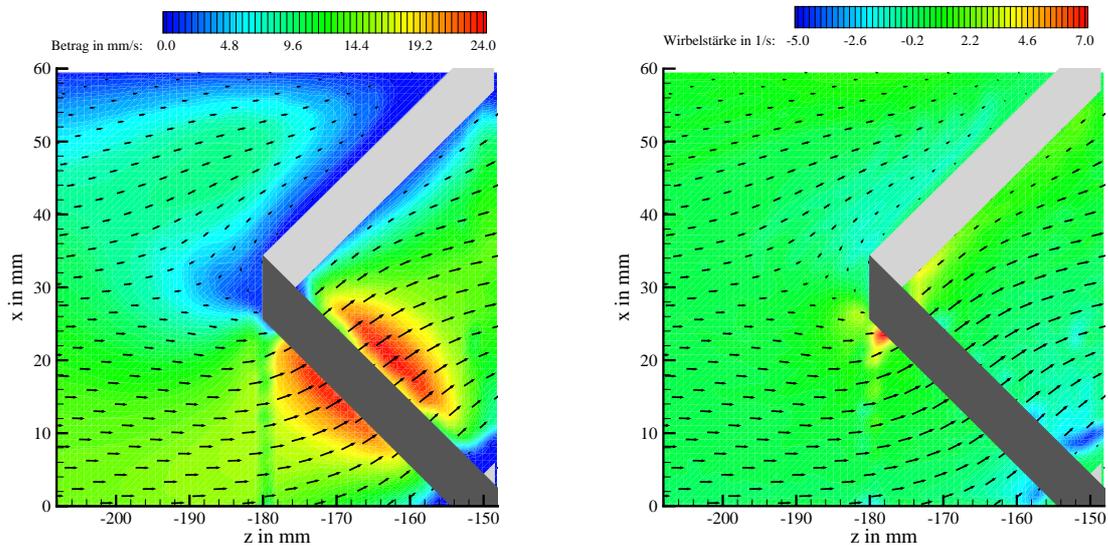
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.26:** 1. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm

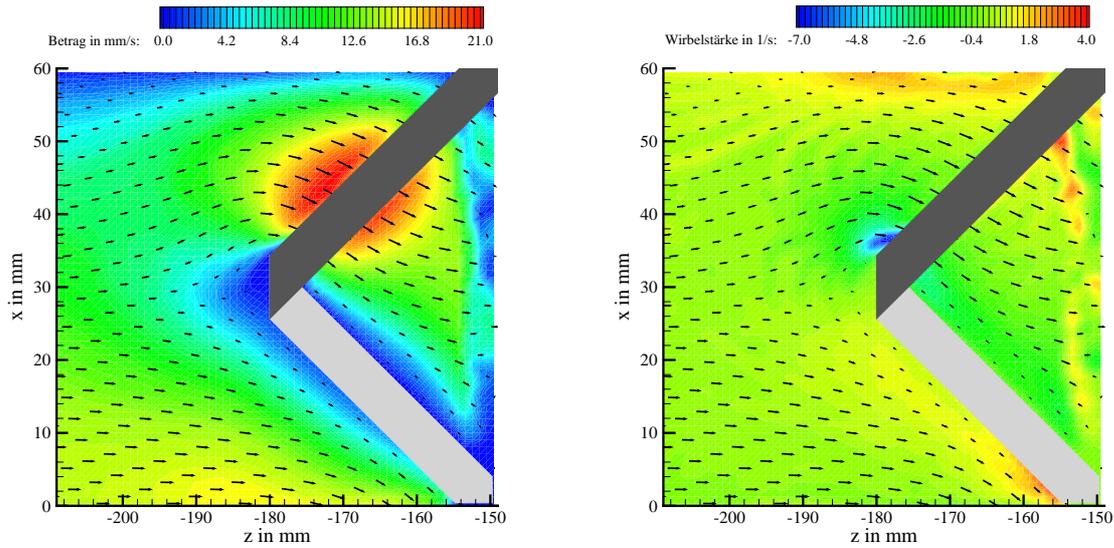


(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.27:** 1. Mischelement – Ebene  $y = 7,5$  mm

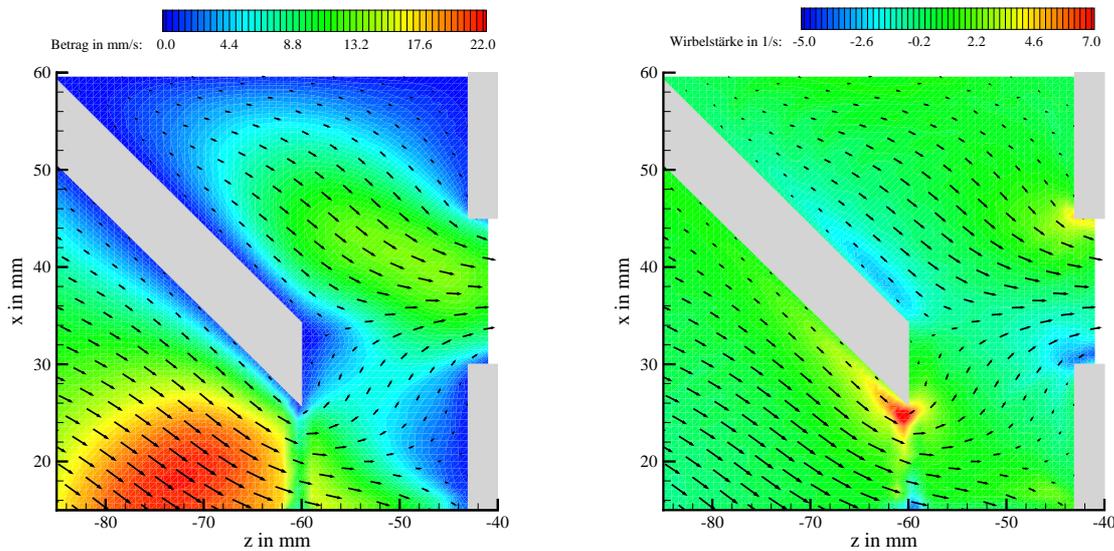
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.28:** 1. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm

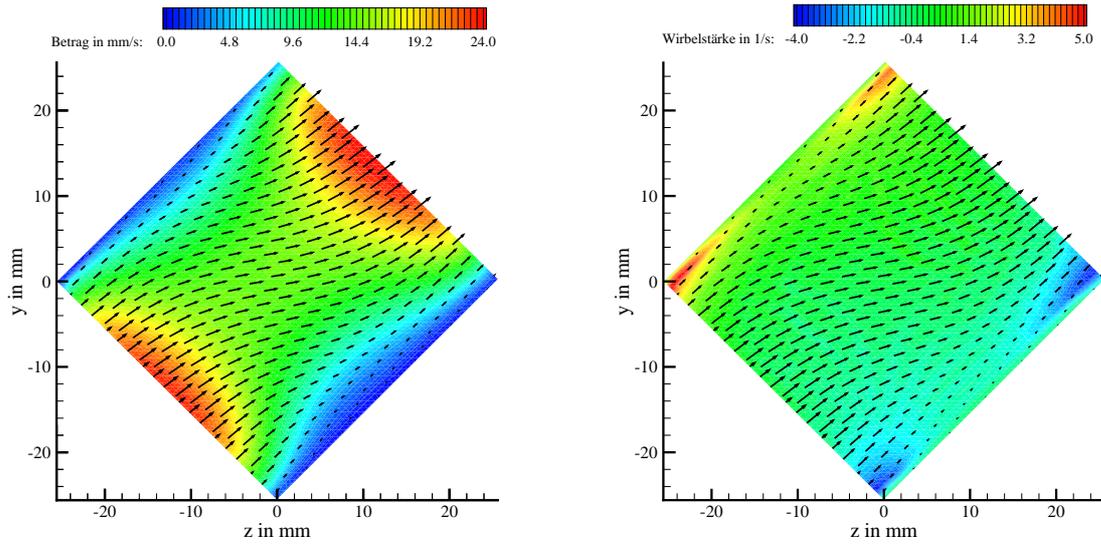


(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.29:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm

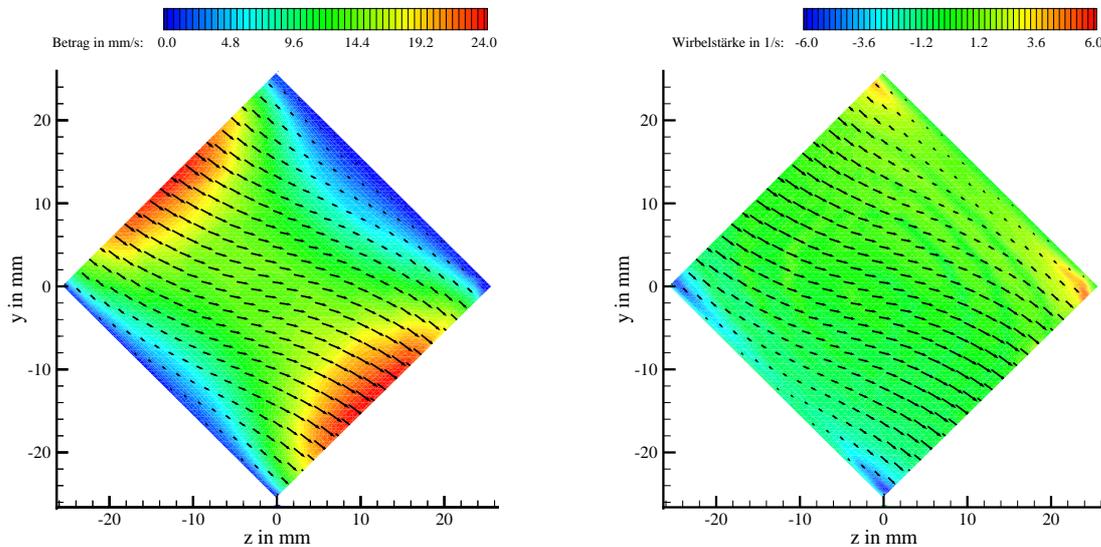
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.30:** 2. Mischelement – Ebene  $x = -7,5$  mm

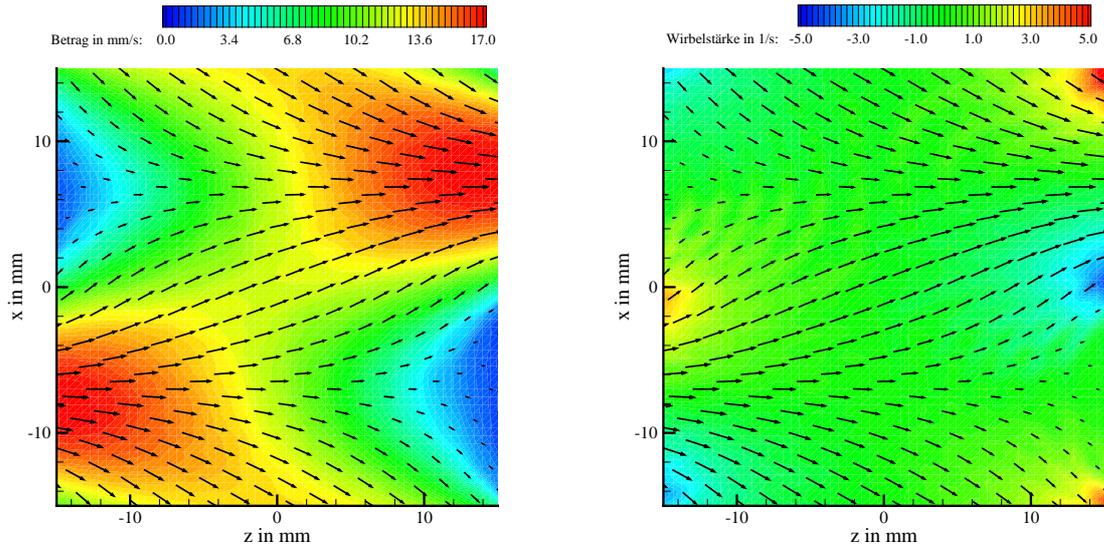


(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.31:** 2. Mischelement – Ebene  $x = 7,5$  mm

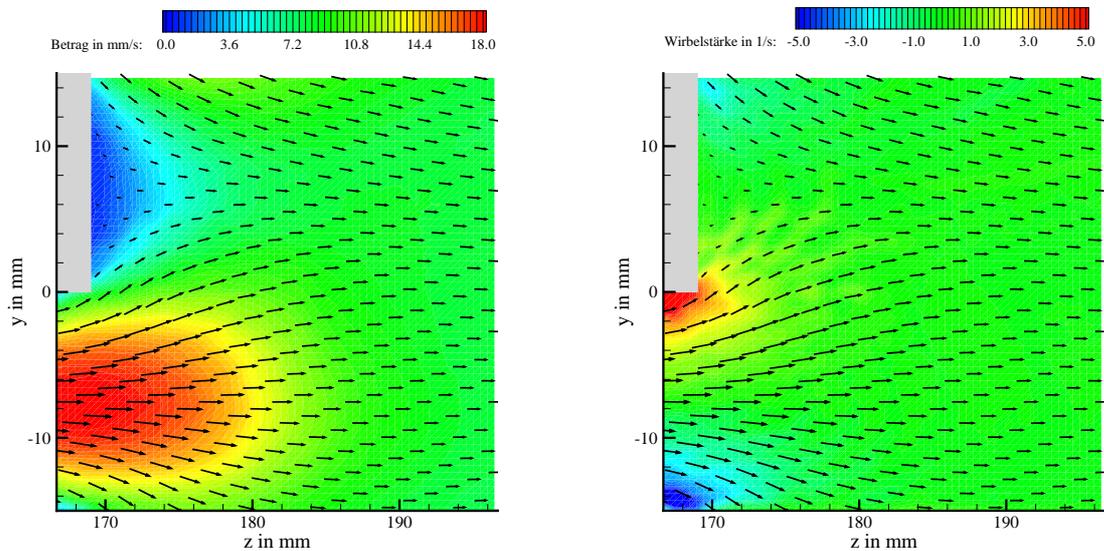
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.32:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm

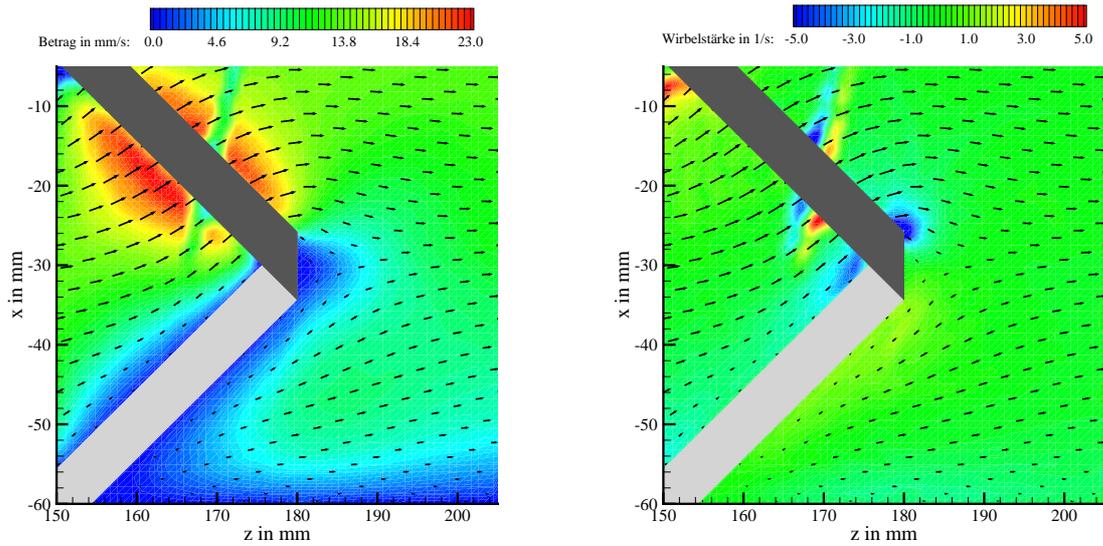


(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{v^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $y$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_x$  als Konturplot

**Abbildung 7.33:** 3. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm

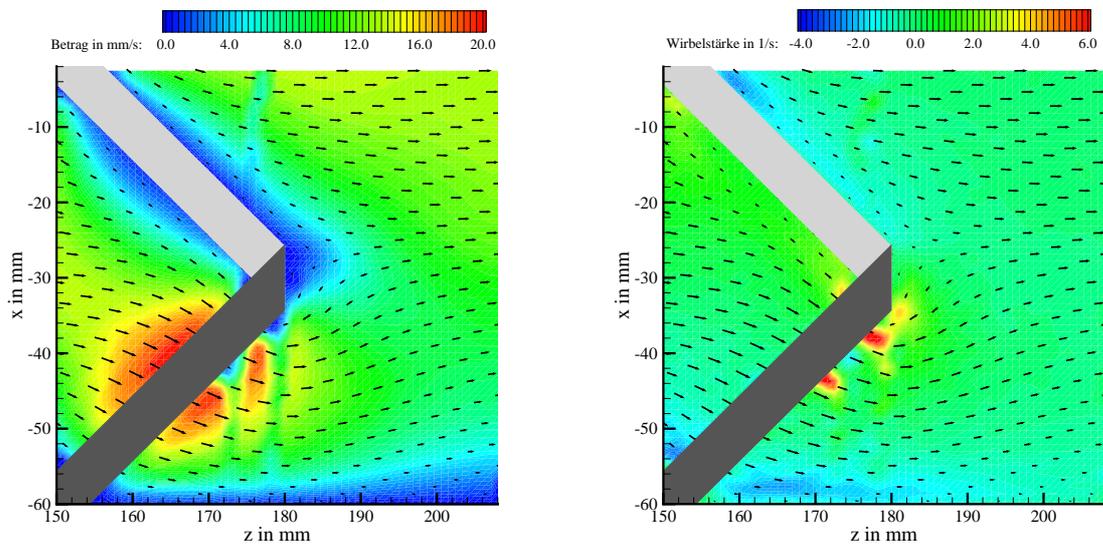
## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.34:** 3. Mischelement – Ebene  $y = 7,5$  mm



(a) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und deren Betrag  $\sqrt{u^2 + w^2}$  als Konturplot

(b) Geschwindigkeitsvektoren in der  $x$ - $z$ -Ebene und Wirbelvektorkomponente  $\omega_y$  als Konturplot

**Abbildung 7.35:** 3. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm

## 7.6 Vergleich der Strömungen bei Glycerin und CMC

Unterschiede in den Strömungen sind prinzipiell durch die unterschiedlichen Stoffeigenschaften der Versuchsflüssigkeiten zu erwarten. Das Glycerin verhält sich rein newtonsch. Die CMC-Lösung hingegen unterscheidet sich durch zwei Effekte maßgeblich von einem newtonschen Fluid. Zum einen ist sie strukturviskos, zum anderen weist sie viskoelastisches Verhalten auf.

Um den Einfluß der Strukturviskosität beurteilen zu können, ist die Kenntnis der auftretenden Schergeschwindigkeiten notwendig. Die Gesamtheit der vorliegenden Geschwindigkeitsdaten erlaubt es, die farblich gekennzeichneten Elemente des Geschwindigkeitsgradiententensors zu berechnen:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Allerdings können pro Meßebeene nur jeweils vier der in Gleichung 7.9 dargestellten Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors errechnet werden. Damit stehen die folgenden Scher- und Dehngeschwindigkeiten zur Verfügung:

$$\dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \dot{\gamma}_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \dot{\epsilon}_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dot{\epsilon}_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Die Beträge der Schergeschwindigkeiten liegen in den untersuchten Meßebenen im Intervall  $0 \dots 20$  1/s. In diesem Bereich fällt die Viskosität um knapp eine Dekade auf  $\approx 8$  Pa s. Die Strukturviskosität der CMC-Lösung ist also nicht von vornherein zu vernachlässigen und sollte sich bei Geschwindigkeitsprofilen durch eine größere Steigung in Wandnähe und einen flacheren Verlauf in der Kanalmitte bemerkbar machen. Um den tatsächlichen Einfluß der Strukturviskosität abschätzen zu können, sind Überlegungen aus [61] nützlich. Dort wird die Strömung eines rein strukturviskosen Fluids durch einen SMX-Mischer numerisch simuliert. Das nichtnewtonsche Verhalten wird durch einen dimensionslosen Parameter gekennzeichnet:

$$\Pi := \frac{\lambda_C d \Delta p_L}{\eta_0 L} \quad (7.10)$$

Die Zeitkonstante  $\lambda_C$  stammt aus dem *Carreau-Modell*, mit dessen Hilfe die Fließfunktion eines strukturviskosen Fluids abgebildet werden kann:

$$\eta(\dot{\gamma}^2) = \frac{\eta_0}{[1 + (\lambda_C \dot{\gamma})^2]^{(1-n)/2}} \quad (7.11)$$

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Sie läßt sich aus der gemessenen Fließfunktion bestimmen, indem man aus dem newtonschen Teil der Fließkurve  $\eta(\dot{\gamma}^2) = \eta_0$  die Nullviskosität durch einen *least-square-fit* bestimmt und aus dem Teil, der dem *power-law-Modell*  $\eta(\dot{\gamma}^2) = \eta_0/(\lambda_C \dot{\gamma})^{1-n}$  folgt, mit der nun bekannten Nullviskosität durch einen weiteren *least-square-fit* die Zeitkonstante  $\lambda_C$  und den Fließindex  $n$  ermittelt. Für die verwendete CMC-Lösung ergeben sich folgende Werte:

$$\eta_0 = 57,0 \text{ Pa s} \quad , \quad \lambda_C = 1,16 \text{ s} \quad , \quad n = 0,39$$

Mit dem Wert für die Zeitkonstante bestimmt sich unter Berücksichtigung der Mischerabmessungen, der Nullviskosität und des Druckabfalls der Parameter  $\Pi$  zu 20,0. Nach [61] befindet man sich damit schon in einem Bereich, in dem integrale Größen wie z. B. der Volumenstrom merklich beeinflußt werden. Diese Berechnung wird durch das experimentell bestimmte  $\dot{V}$ - $\Delta p$ -Diagramm auf Seite 88 bestätigt. Allerdings lassen die Vorhersagen selbst für einen Wert von  $\Pi = 200$  keine großen Unterschiede zwischen den newtonschen und den nichtnewtonschen Geschwindigkeitsfeldern erwarten.

Der Einfluß der Elastizität läßt sich durch die Relaxationszeit  $\lambda$  abschätzen. Setzt man diese in Relation zu einer geeignet gewählten Prozeßzeit  $t_P$ , erhält man die Deborah-Zahl:

$$\text{De} = \frac{\lambda}{t_P} \quad (7.12)$$

Je größer die Deborah-Zahl ist, desto stärker wirkt sich die Elastizität des Fluids aus. Die Prozeßzeit läßt sich aus einer typischen Abmessung der Mischelemente und der Geschwindigkeit in diesem Bereich bilden. Als Länge wird hier ein Viertel der Länge der Mischelemente (30 mm) gewählt, da die Fluidpartikel auf ihrem Weg durch ein Mischelement an vier Stegen vorbeiströmen. Für die Fluidelemente ergibt sich damit unter Verwendung der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{w} = 9,370 \text{ mm/s}$  im Mittel eine Prozeßzeit von  $t_P = 3,2 \text{ s}$ . Für die schnellsten Fluidelemente ( $\approx 25 \text{ mm/s}$ ) beträgt die Prozeßzeit  $t_P = 1,2 \text{ s}$ . Für die Deborah-Zahl erhält man so einen Bereich von  $\text{De} = 0,66 \dots 1,75$ . Zwar liegt sie nahe am Wert Eins, dennoch wird man aufgrund der geometrischen Beschränktheit der Strömung keine sehr ausgeprägten elastischen Effekte erwarten dürfen.

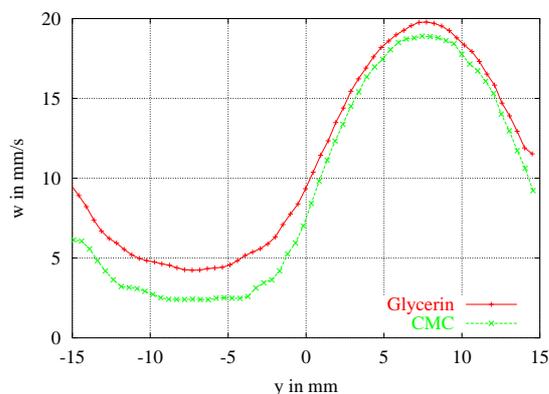
Eine genauere Aussage über die zu erwartenden Effekte läßt sich treffen, wenn der Kehrwert der Prozeßzeit multipliziert mit  $2\pi$  als Kreisfrequenz interpretiert wird. Diese Kreisfrequenz sagt etwas darüber aus, mit welcher Periode die Fluidpartikel im SMX-Mischer wechselnde Beanspruchungen erfahren. Sie ist vergleichbar mit der oszillierenden Belastung des Fluids im Rheometer-Schwingversuch, dessen Ergebnisse in Abbildung 7.9 wiedergegeben sind. Die Kreisfrequenzen aus den obigen Daten bewegen sich im Bereich  $\omega = 2,0 \dots 5,2 \text{ 1/s}$ . Bei niedrigen Kreisfrequenzen verläuft die Kurve des Speichermoduls, der die linear elastischen Eigenschaften des Fluids repräsentiert, fast zwei Größenordnungen unterhalb der Kurve des Verlustmoduls, der für die linear viskosen Eigenschaften steht. In dem für die Beanspruchung im SMX-Mischer relevanten Intervall der Kreisfrequenz sind die Werte für die beiden Moduln

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

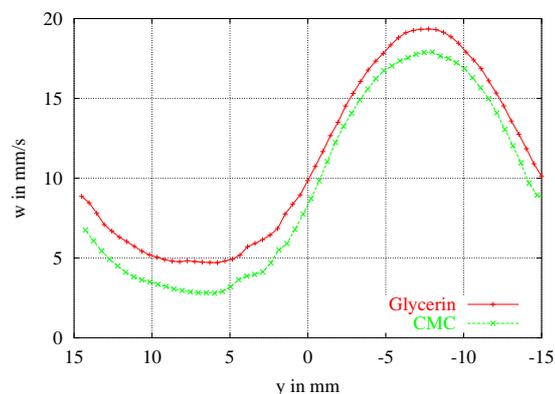
bereits von gleicher Größenordnung, so daß aus rheologischer Sicht merkliche Effekte erwartet werden dürfen.

In diesem Abschnitt soll im weiteren nur auf den Einfluß der Strukturviskosität eingegangen werden. Die Auswirkungen der Elastizität lassen sich nicht durch den Vergleich der Geschwindigkeitsprofile der beiden Fluide entlang derselben Linien überprüfen. Ihr Einfluß auf die Strömung läßt sich besser durch die anschließenden Symmetriebetrachtungen untersuchen.

In den Abbildungen 7.36, 7.37 und 7.39 sind Geschwindigkeitskomponenten über einer zu ihnen senkrechten Achse dargestellt. In diesen Abbildungen lassen sich also mögliche Einflüsse der Strukturviskosität nachweisen. Die Geschwindigkeitsverläufe in Abbildung 7.36 bestätigen die Annahme größerer Geschwindigkeitsgradienten und flacherer Geschwindigkeitsmaxima. Wie im weiteren deutlich werden wird, sind die Unterschiede in der Ebene  $x = -45$  mm mit am ausgeprägtesten. Das mag daran liegen, daß die Strömung direkt im Einlauf des ersten Mischelementes bzw. im Auslauf des dritten Mischelementes noch nicht den starken geometrischen Beschränkungen wie im Mischer selbst unterworfen ist. Die Geschwindigkeitswerte sind generell bei der CMC-Lösung kleiner als bei Glyzerin. Bei der dargestellten Geschwindigkeitskomponente handelt es sich um die axiale Transportgeschwindigkeit. Da bei beiden Fluiden derselbe Volumenstrom eingestellt wurde, muß es andere Bereiche im Mischer geben, in denen das nichtnewtonsche Fluid schneller strömt.



(a) 1. Element – Linie  $z = -172$  mm



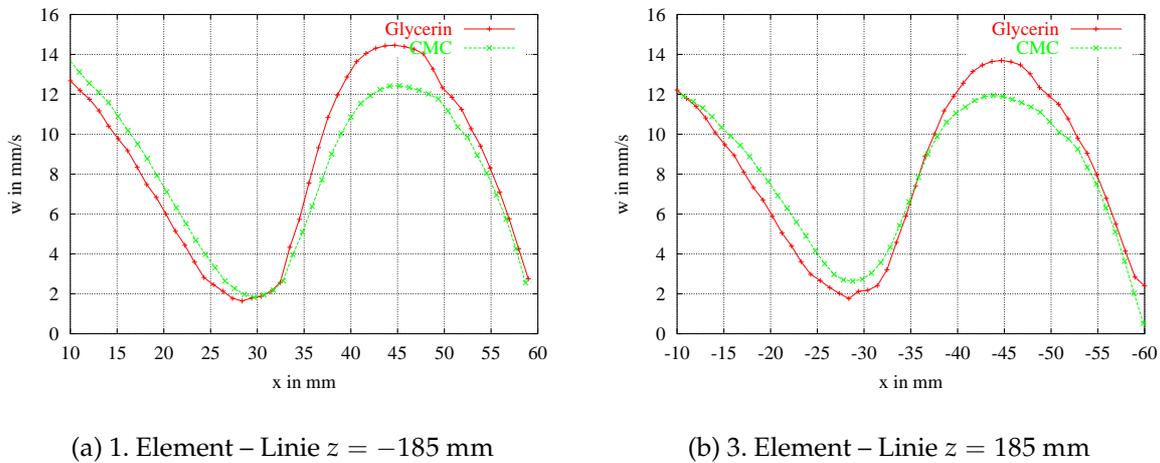
(b) 3. Element – Linie  $z = 172$  mm

**Abbildung 7.36:** Horizontalgeschwindigkeit in der Ebene  $x = -45$  mm

Auch in der Ebene  $y = -7,5$  mm sind die Unterschiede vor dem ersten Mischelement bzw. nach dem dritten Mischelement stark ausgeprägt (vgl. Abbildung 7.37). Es finden sich auch die erwarteten Bereiche, in denen die CMC-Lösung aufgrund der Kontinuität schneller strömt als das Glyzerin. Allerdings wird die Erwartung größerer Geschwindigkeitsgradienten und flacherer Geschwindigkeitsmaxima nicht bestätigt.

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

Möglicherweise kommen wegen der starken Dreidimensionalität andere Effekte ins Spiel, die in einer reinen Scherströmung nicht auftreten.

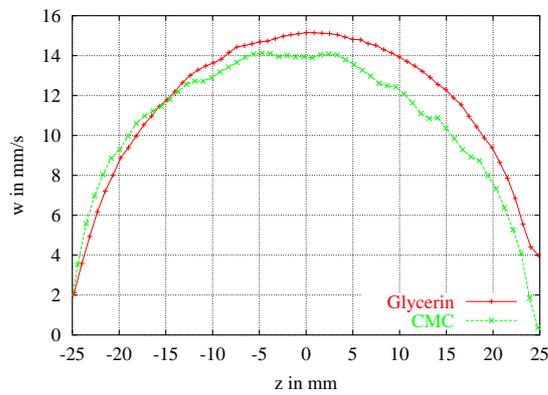


**Abbildung 7.37:** Horizontalgeschwindigkeit in der Ebene  $y = -7,5$  mm

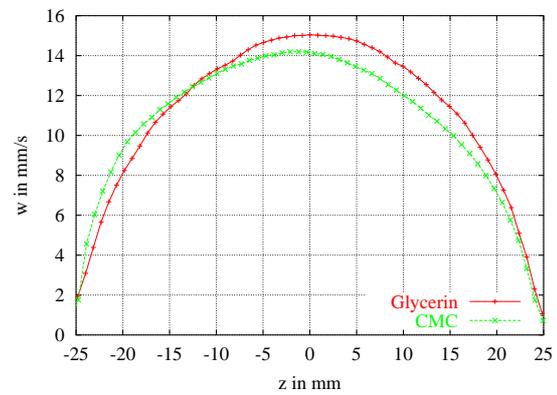
Die Profile in [Abbildung 7.38](#) stellen eine Ausnahme dar, da die dargestellte Horizontalgeschwindigkeit keine reine Schergeschwindigkeit ist. Sie enthält enthalten außer Schergeschwindigkeiten auch dazu senkrechte Geschwindigkeitskomponenten. Außerdem verläuft die Linie  $y = 0$  mm nicht senkrecht zum Steg. Deshalb soll nicht nach strukturviskosen Effekten gesucht werden. Deutlich wird dennoch, daß trotz der geometrischen Beschränkungen im Inneren des Mixers Auswirkungen der unterschiedlichen rheologischen Eigenschaften der Fluide sichtbar werden. Erkennbar wird schon an dieser Stelle die gebrochene Symmetrie bei der CMC-Lösung, während die Profile für das Glycerin zur vertikalen Achse  $z = 0$  völlig symmetrisch verlaufen.

Die Strömung, deren Profile in [Abbildung 7.39](#) aufgetragen sind, ist durch die Mischergeometrie stark beschränkt. Einerseits verläuft sie im Bereich zweier Stege, andererseits befindet sich die Mischerwand lediglich im Abstand von 7,5 mm. Daher sind die Unterschiede nicht so deutlich wie zuvor. Ein Detail ist besonders hervorzuheben: während die Kurven stromauf (Linie  $z = -10$  mm) für beide Fluide nahezu zusammenfallen, sind stromab (Linie  $z = 10$  mm) die Unterschiede deutlich größer geworden. Auch ist die verletzte Symmetrie bei der CMC-Lösung wieder zu erkennen, während in beiden Teilbildern die Kurvenzüge für das Glycerin fast identisch sind.

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

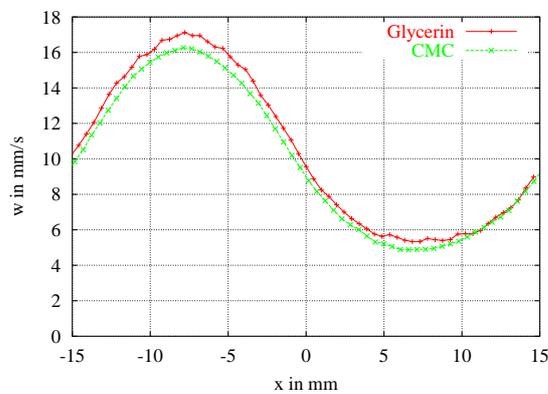


(a) Ebene  $x = -7,5\text{mm}$

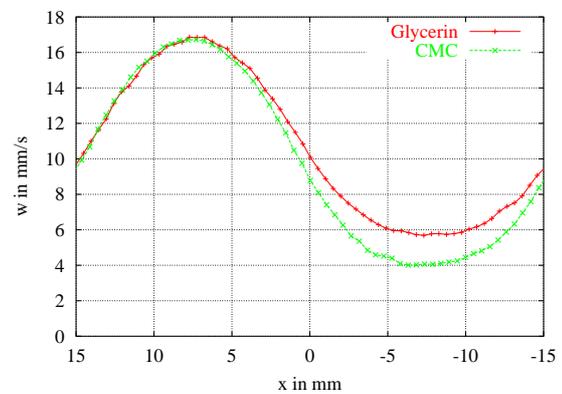


(b) Ebene  $x = 7,5\text{mm}$

**Abbildung 7.38:** Horizontalgeschwindigkeit im 2. Element entlang der Linie  $y = 0\text{ mm}$



(a) Linie  $z = -10\text{ mm}$



(b) Linie  $z = 10\text{ mm}$

**Abbildung 7.39:** Horizontalgeschwindigkeit im 2. Element in der Ebene  $y = 52,5\text{ mm}$

## 7.7 Symmetriebetrachtungen

Die Strömung im SMX-Mischer weist aufgrund der speziellen Geometrie der Mischelemente und deren Anordnung im Mischer einige Symmetrien auf, die es erlauben, die Einflüsse der Elastizität der CMC-Lösung nachzuweisen.<sup>5</sup>

Bei einer Rotation um die Längsachse von  $180^\circ$  reproduziert sich die Mischergeometrie. Dementsprechend gelten für das Geschwindigkeitsfeld ohne einschränkende Bedingungen für die Zahl der Mischelemente diese Symmetriebedingungen:

$$u(-x, -y, z) = -u(x, y, z) \quad (7.13)$$

$$v(-x, -y, z) = -v(x, y, z) \quad (7.14)$$

$$w(-x, -y, z) = w(x, y, z) \quad (7.15)$$

Die weiteren Symmetriebedingungen nach den Gleichungen 7.16, 7.17 und 7.18 sind von der Anzahl der Mischelemente unabhängig, so lange es sich um eine ungerade Anzahl von Mischelementen handelt und der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des mittleren Mischelementes liegt. Bei schleichenden Strömungen dichtebeständiger, linear und auch nichtlinear viskoser Fluide tritt die Erscheinung der *Kinematischen Reversibilität* auf. Bei einer Richtungsumkehr des treibenden Druckgefälles ändern sowohl das Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}(x, y, z)$  als auch das Druckfeld  $p(x, y, z)$  lediglich ihr Vorzeichen. In einem Bezugssystem, das um  $180^\circ$  um die  $y$ -Achse gedreht wird, fallen die originale und die in ihrer Hauptströmungsrichtung geänderte Strömung wieder zusammen, da die Geometrie durch diese Transformation nicht beeinflusst wird. Daraus ergeben sich weitere, nicht so offensichtliche Symmetrien:

$$u(-x, y, -z) = u(x, y, z) \quad (7.16)$$

$$v(-x, y, -z) = -v(x, y, z) \quad (7.17)$$

$$w(-x, y, -z) = w(x, y, z) \quad (7.18)$$

Reale Mischer bestehen aus vielen gleichartigen Segmenten. Die sich daraus ergebenden Symmetriebedingungen sollen hier der Vollständigkeit halber ebenfalls erwähnt werden. Da jedes zweite der identischen Mischelemente um  $90^\circ$  um die  $z$ -Achse gedreht im Mischer eingebaut ist, verhält sich das Geschwindigkeitsfeld mit einer Periode von zwei Mischelementlängen  $L$  räumlich periodisch:

$$\mathbf{v}(x, y, z + 2L) = \mathbf{v}(x, y, z) \quad (7.19)$$

---

<sup>5</sup> Die Symmetriebedingungen werden von WÜNSCH und BÖHME ausführlich in [62] hergeleitet und zu einer deutlichen Reduzierung des Rechenaufwandes bei einer numerischen Simulation der Strömung im SMX-Mischer ausgenutzt.

Darüber hinaus reproduziert sich der Mischer und damit die Strömung, wenn eine axiale Verschiebung um eine Mischelementlänge mit einer Rotation von  $90^\circ$  um die Längsachse verbunden wird:

$$u(-y, x, z + L) = -v(x, y, z) \quad (7.20)$$

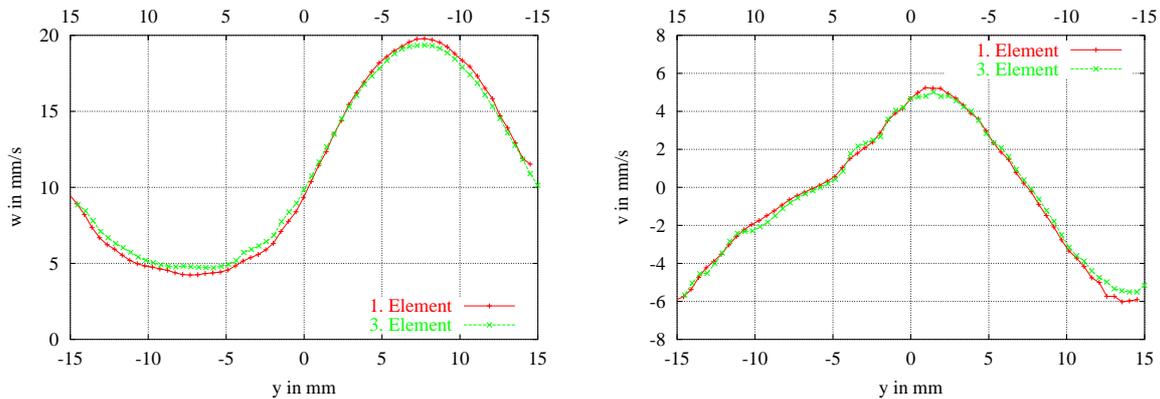
$$v(-y, x, z + L) = u(x, y, z) \quad (7.21)$$

$$w(-y, x, z + L) = w(x, y, z) \quad (7.22)$$

Die in den Gleichungen 7.19–7.22 formulierten Symmetrien im Geschwindigkeitsfeld setzen allerdings voraus, daß der Mischer in Längsrichtung unendlich ausgedehnt ist bzw. Einlaufeffekte vernachlässigt werden. Dies trifft bei dem untersuchten Mischer mit nur drei Elementen sicherlich nicht zu. Insbesondere findet ein Teil der Symmetrieuntersuchungen gerade im Einlauf und im Auslauf des Mixers statt. Aus diesem Grund werden diese Symmetriebedingungen im unten folgenden Vergleich nicht herangezogen.

### 7.7.1 Symmetrieuntersuchungen bei Glycerin

Bei Glycerin handelt es sich um ein dichtebeständiges, linear viskoses Fluid. Daher sollte das Geschwindigkeitsfeld alle Symmetriebedingungen 7.13–7.18 erfüllen. Für die Darstellung der Geschwindigkeitsprofile wurde teilweise auf beide Gruppen von Symmetriebedingungen zurückgegriffen. Die Abbildungen 7.40–7.43 sollen nicht im einzelnen kommentiert werden. Sie zeigen in beeindruckender Weise im Rahmen der Meßgenauigkeit des PIV-Systems, daß die Strömung die aus den theoretischen Überlegungen hergeleiteten Symmetriebedingungen erfüllt.

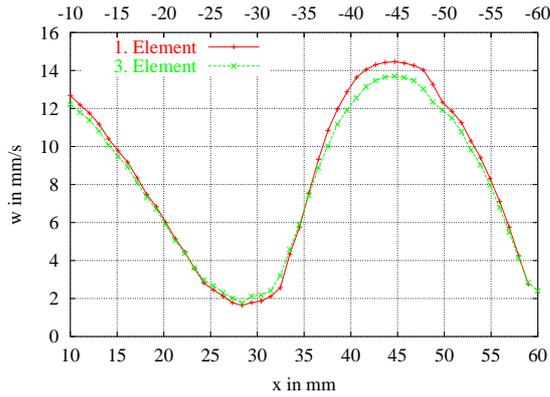


(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -172$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 172$  mm (3. Element)

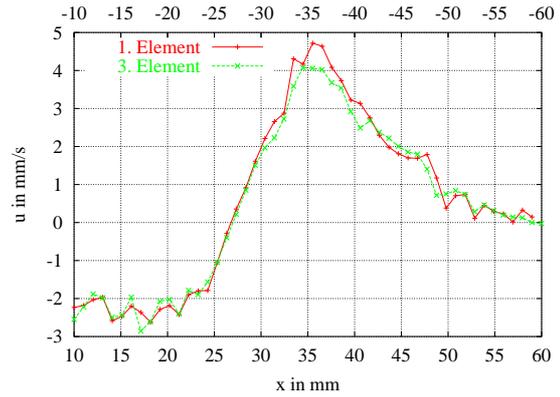
(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -172$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 172$  mm (3. Element)

**Abbildung 7.40:** 1. und 3. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

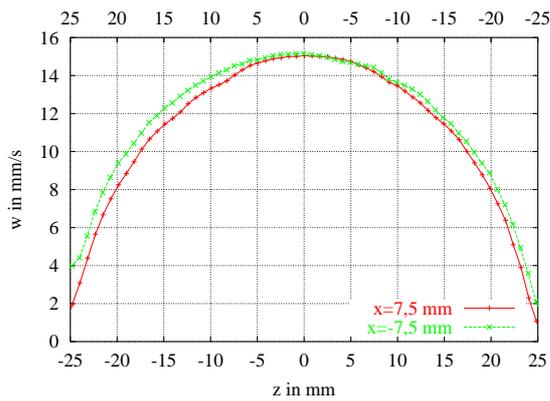


(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -185$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 185$  mm (3. Element)

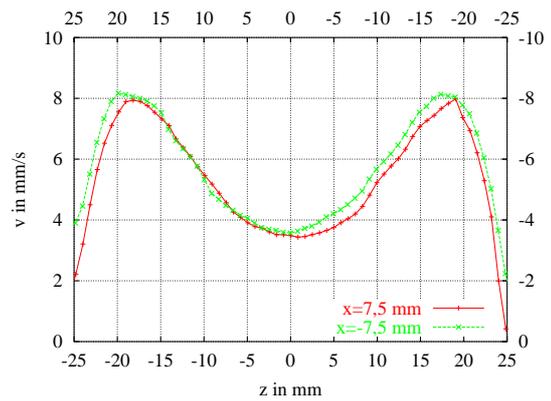


(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -185$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 185$  mm (3. Element)

**Abbildung 7.41:** 1. und 3. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm



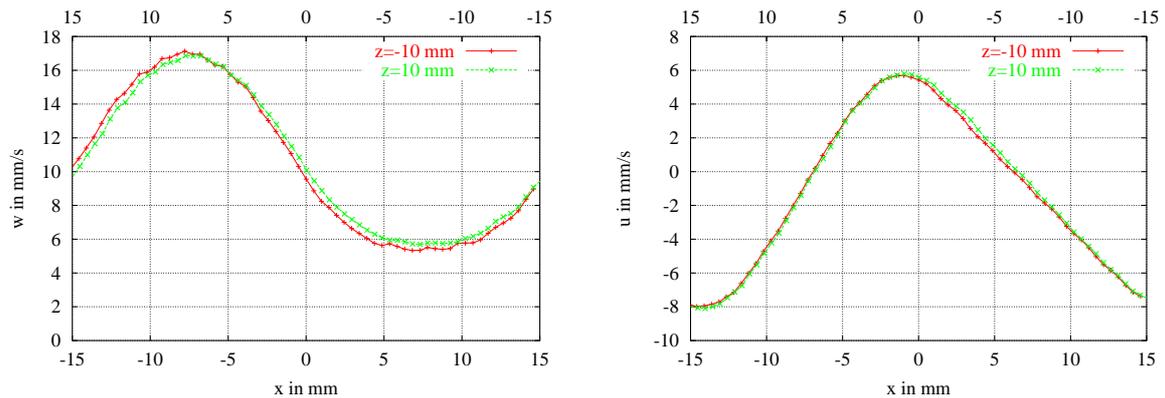
(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)



(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)

**Abbildung 7.42:** 2. Mischelement – Ebenen  $x = 7,5$  mm und  $x = -7,5$  mm

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer



(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -10$  mm (2. Element)  
Linie  $z = 10$  mm (2. Element)

(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -10$  mm (2. Element)  
Linie  $z = 10$  mm (2. Element)

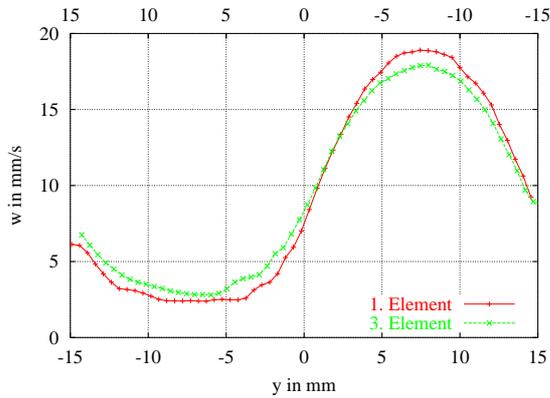
**Abbildung 7.43:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm

### 7.7.2 Symmetrieuntersuchungen bei CMC

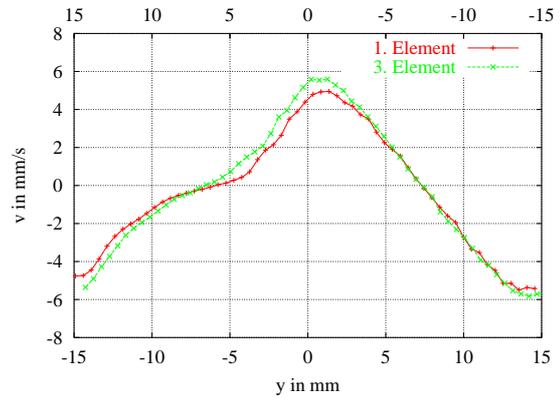
Die Strömung in der CMC-Lösung sollte die Symmetriebedingungen, die aus der kinematischen Reversibilität resultieren, nicht erfüllen, da bei CMC zu den nichtlinear viskosen Eigenschaften – die für sich genommen zu keiner Aufhebung der kinematischen Reversibilität führen – elastische Eigenschaften hinzu treten.

Allen Abbildungen 7.44–7.47 sieht man den unterschiedlichen Verlauf der Kurven deutlich an. In der Regel sind die Unterschiede in den Horizontalgeschwindigkeiten größer als in den Vertikalgeschwindigkeiten. Es ist hier in eindrucksvoller Weise gezeigt, das das Fluid sich aufgrund seiner elastischen Eigenschaften quasi an seine zurückliegende Deformationsgeschichte erinnert. Der Einfluß der Deformation ist nicht nur momentan wirksam, sondern auch vergangene Deformationen beeinflussen das Strömungsverhalten des elastischen Fluids.

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

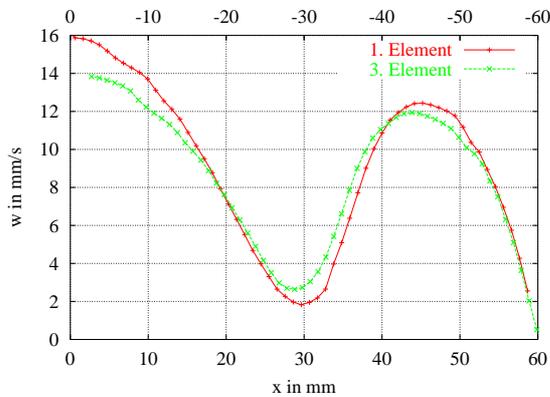


(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -172$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 172$  mm (3. Element)

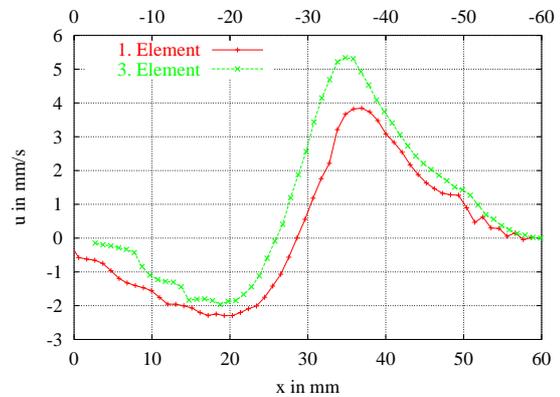


(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -172$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 172$  mm (3. Element)

**Abbildung 7.44:** 1. und 3. Mischelement – Ebene  $x = -45$  mm



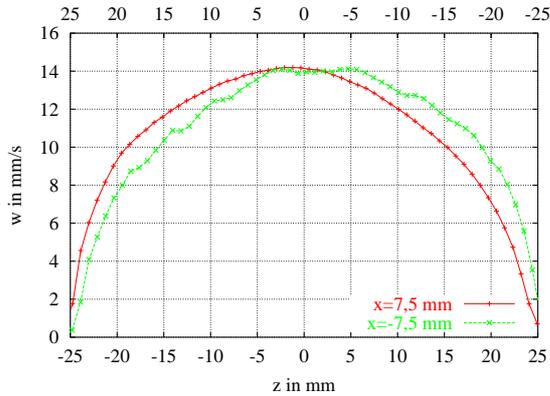
(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -185$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 185$  mm (3. Element)



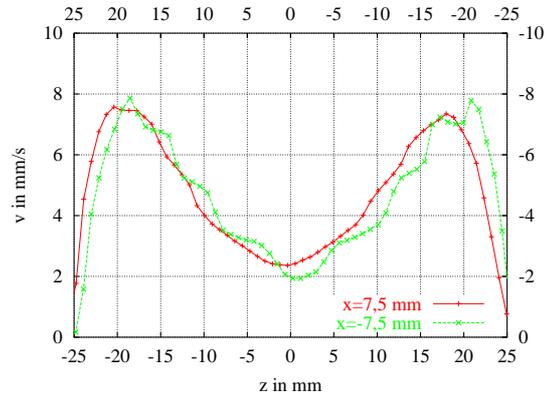
(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -185$  mm (1. Element)  
Linie  $z = 185$  mm (3. Element)

**Abbildung 7.45:** 1. und 3. Mischelement – Ebene  $y = -7,5$  mm

## 7 Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer

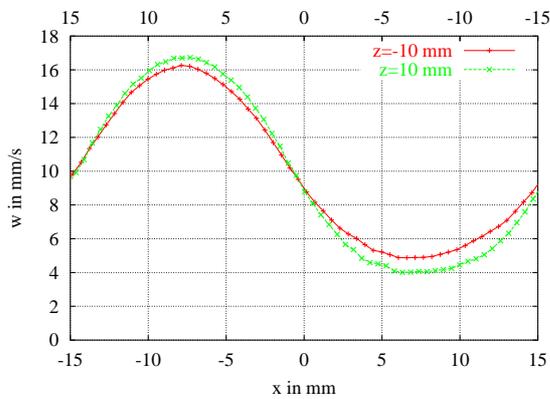


(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)

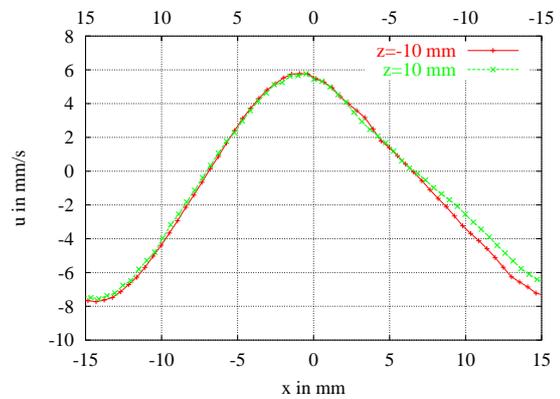


(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)  
Linie  $y = 0$  mm (2. Element)

**Abbildung 7.46:** 2. Mischelement – Ebenen  $x = 7,5$  mm und  $x = -7,5$  mm



(a) Horizontalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -10$  mm (2. Element)  
Linie  $z = 10$  mm (2. Element)



(b) Vertikalgeschwindigkeit:  
Linie  $z = -10$  mm (2. Element)  
Linie  $z = 10$  mm (2. Element)

**Abbildung 7.47:** 2. Mischelement – Ebene  $y = 52,5$  mm

# 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eines der ersten kommerziell erhältlichen PIV-Systeme eingesetzt, um komplexe verfahrenstechnische Strömungsvorgänge quantitativ zu visualisieren, nachdem es anhand der LDV und einer numerischen Simulation evaluiert worden war. Zuvor wurden der Aufbau und die Funktion der beiden laseroptischen Geschwindigkeitsmeßverfahren beschrieben. Aus dieser Beschreibung wurden die Eigenschaften und die spezifischen Vor- und Nachteile abgeleitet, die eine vergleichende Gegenüberstellung beider Systeme ermöglichten. Beide Systeme haben ihre Stärken und Schwächen und sind in gewisser Weise komplementär. Unter Berücksichtigung dieses Sachverhaltes haben sowohl die PIV als auch die LDV ihre bevorzugten Einsatzbereiche, deren Grenzen mit fortschreitender Entwicklung der PIV verschwimmen werden.

Im Zuge der Auswertung der Evaluationsergebnisse stellte sich heraus, daß die vielfach in kommerzieller Software verwendete Fast-Fourier-Transformation zur Implementierung der Kreuzkorrelationsfunktion entscheidende Nachteile aufweist. Daher wurde ein eigener optimierter Algorithmus zur direkten Kreuzkorrelation entwickelt und vorgestellt. Es wurde ein systematischer Vergleich dieses Algorithmus mit anderen kommerziellen und nicht-kommerziellen Auswertemethoden vorgenommen. Der Vergleich belegt, daß die direkte Kreuzkorrelation die genauesten Ergebnisse produziert und damit den zusätzlichen Rechenaufwand rechtfertigt.

Anschließend wurde das Geschwindigkeitsfeld in einem SMX-Mischer untersucht. Hierbei wurden zwei Fluide verwendet, die sich in ihren rheologischen Stoffeigenschaften deutlich unterscheiden. Obwohl sich diese Unterschiede aufgrund der geometrischen Beschränkungen im SMX-Mischer nicht so stark auswirken, wie vielleicht vermutet werden kann, war es mit der PIV möglich, auch diese feinen Unterschiede herauszuarbeiten. Ebenso konnte belegt werden, daß Symmetrien, die bei newtonschen Fluiden wegen der kinematischen Reversibilität vorhanden sind, bei der Strömung eines viskoelastischen Fluids aufgebrochen werden.

Die Particle Image Velocimetry hat sich in dieser Untersuchung als präzises, einfach zu handhabendes und zeitsparendes Meßverfahren zur quantitativen Visualisierung komplexer verfahrenstechnischer Strömungsvorgänge bewährt. Ihr systematischer Einsatz wird in vielen Bereichen sowohl der Forschung als auch der Industrie zu

neuen Erkenntnissen und optimierten Strömungsprozessen und damit zu verbesserten Produkten führen.

### 8.2 Ausblick

Nach Abschluß dieser Arbeit bieten bei der Strömung in einem SMX-Mischer zwei Bereiche Spielraum für weitere Vorhaben. Einerseits ist es wünschenswert, die vorliegenden experimentellen Ergebnisse mit den bereits vorhandenen Ergebnissen einer numerischen Simulation zu vergleichen und Daten für die Validierung von Berechnungsverfahren zur Simulation dreidimensionaler Strömungen viskoelastischer Fluide zur Verfügung zu stellen. Andererseits sollte das vorhandene System erweitert werden, um auch die dritte, senkrecht zur Meßebebene orientierte Geschwindigkeitskomponente zeitgleich mit den beiden anderen erfassen zu können. Bei einer stationären Strömung würde dies zwar lediglich eine Zeitersparnis bedeuten, hingegen wäre es bei instationären, dreidimensionalen Strömungen die Voraussetzung zu ihrer umfassenden experimentellen Beschreibung.

Abschließend soll noch dargestellt werden, wie ein PIV-System zur Erfassung aller drei Geschwindigkeitskomponenten aufgebaut werden kann. Dabei wird ausgenutzt, daß Gegenstände oder Bewegungen aus zwei unterschiedlichen Raumrichtungen verschieden wahrgenommen werden. Dieses Prinzip der stereoskopischen Betrachtung kennen wir alle aus unserer eigenen Erfahrung. Da die Augen eines Menschen auf der Vorderseite des Kopfes mit einem geringen Abstand zueinander liegen, entstehen auf den Netzhäuten zwei leicht voneinander abweichende Bilder. Diese Bilder werden erst im Gehirn zu einem Bild zusammengefügt. Die unterschiedlichen Perspektiven ermöglichen uns, die Entfernung von Gegenständen einzuschätzen.

Dementsprechend werden zur dreidimensionalen Particle Image Velocimetry zwei Kameras anstatt nur einer Kamera verwendet. Beobachtet man die Partikel mit ihnen nun aus zwei verschiedenen Raumrichtungen, läßt sich mit Kenntnis der geometrischen Anordnung der optischen Komponenten die dritte Geschwindigkeitskomponente berechnen (siehe Abbildung 8.1). Zur Auswertung der stereoskopischen Geschwindigkeitsinformationen wird spezielle Software benutzt, die unter Berücksichtigung der Perspektive aus den zwei zweidimensionalen Geschwindigkeitsfeldern ein dreidimensionales konstruiert.

Da durch den schrägen Beobachtungswinkel nicht alle Partikel im Lichtschnitt aufgrund der begrenzten Schärfentiefe der Optiken scharf abgebildet werden können, kippt man die Bildebene gegenüber der Linsenebene um einen Winkel, der nach der *Scheimpflug*-Bedingung gewählt wird (siehe Abbildung 8.2). Zur Neigung der Bildebene gegenüber der Linsenebene werden zwei *Tilt-Adapter* eingesetzt. Erkennbar wird an dieser Stelle, daß zur dreidimensionalen Geschwindigkeitsmessung ein er-

höher Aufwand getrieben werden muß und besondere Sorgfalt auf die Ausrichtung der Komponenten verwendet werden muß.

Weitergehende Informationen finden sich in [37]. PRASAD diskutiert dort die Prinzipien der stereoskopischen PIV, die verschiedenen stereoskopischen Konfigurationen, den relativen Fehler der *out-of-plane* Messung zur *in-plane* Messung und die Vorteile kalibrationsbasierter Methoden zur Rekonstruktion des dreidimensionalen Verschiebungsvektors gegenüber der geometrischen Rekonstruktion. Eine Analyse der Fehler verschiedener stereoskopischer Anordnungen führen LAWSON und WU durch. Die Ergebnisse zeigen, daß der Fehler bei der Bestimmung der *out-of-plane*-Komponente in der selben Größenordnung liegt wie der *in-plane*-Fehler [24].

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

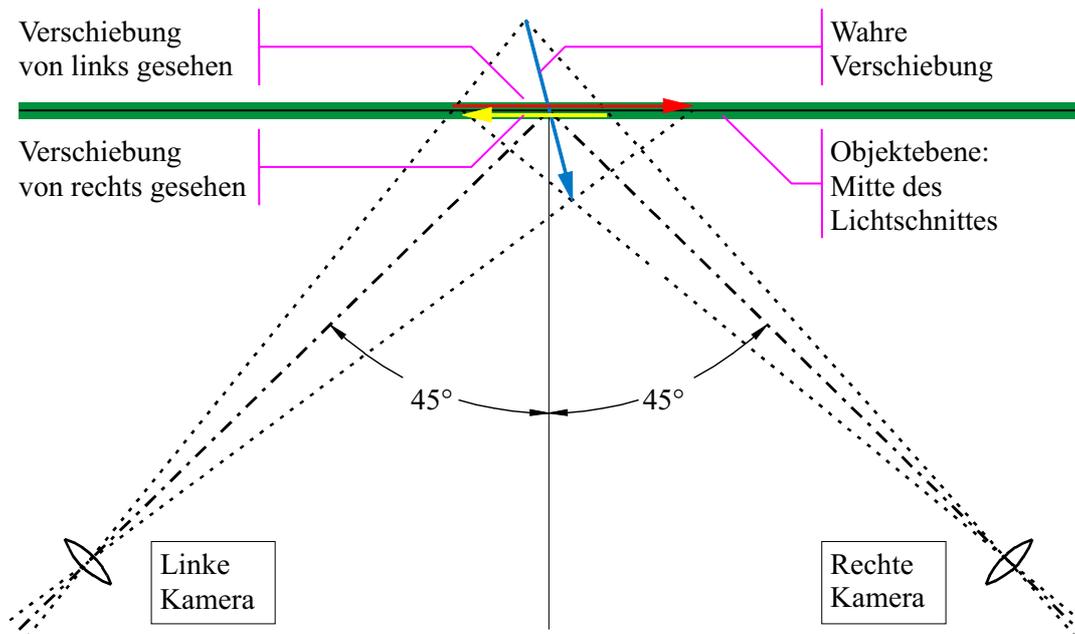


Abbildung 8.1: Prinzip der stereoskopischen Geschwindigkeitsmessung

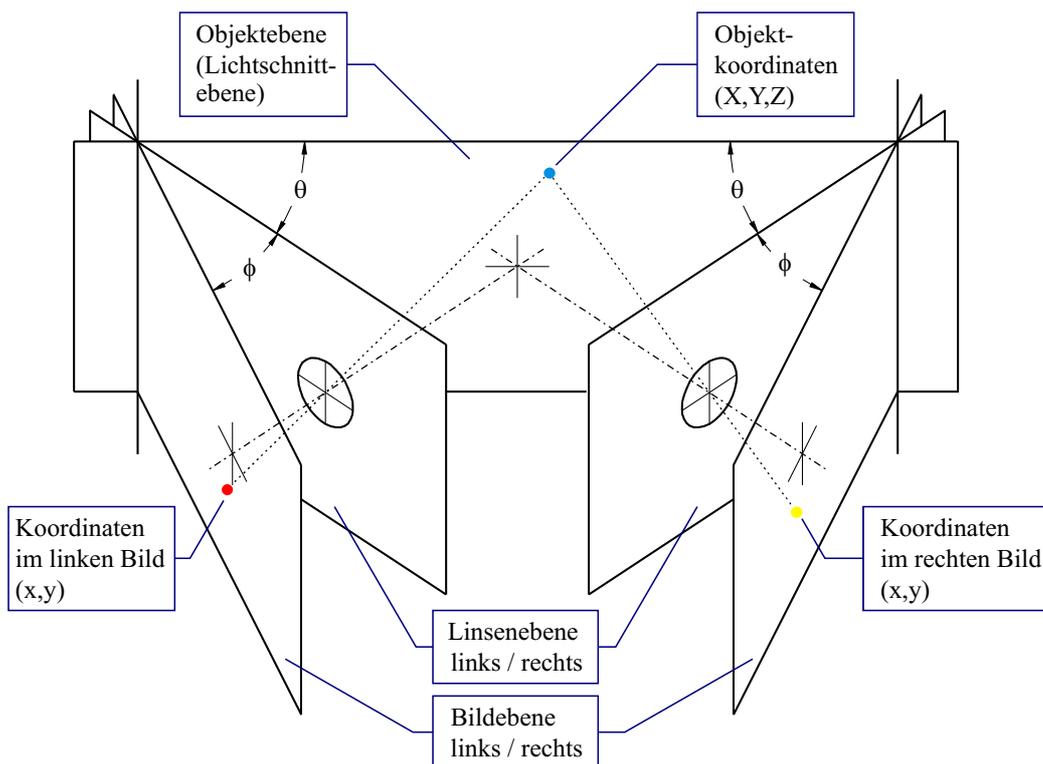


Abbildung 8.2: Anordnung der Komponenten zur stereoskopischen Abbildung nach der Scheimpflug-Bedingung

# Literaturverzeichnis

- [1] BECKER, S. ; LIENHART, H. ; DURST, F. : In-flight boundary layer investigations on a Airplane Wing using LDA measuring techniques. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000 4.4
- [2] BÖHME, G. : *Strömungsmechanik nichtnewtonscher Fluide*. 2., völlig neu bearbeitete und erweiterte Aufl. Stuttgart : B. G. Teubner, 2000 2
- [3] BÖHME, G. ; WÜNSCH, O. : Driven Cavity Flow of a Viscoelastic Fluid. In: *Numerical Methods in Engineering '96*, John Wiley & Son Ltd, 1996, S. 966–972 2
- [4] BROSZEIT, J. : *Numerische Simulation stationärer Strömungen in Flüssigkeiten mit Gedächtnis*. Düsseldorf : VDI-Verlag GmbH, 1995 2
- [5] BUEB, M. ; WALZEL, P. : Rohr-Wärmetauscher mit statischen Mischelementen für hochviskose Flüssigkeiten. In: *Chemie-Ingenieur-Technik* 56 (1984), Nr. 7, S. 539–542 7.2
- [6] CHAN, V. S. S. ; HEYES, A. L. ; ROBINSON, D. I. ; TURNER, J. T.: Iodine absorption filters for Doppler global velocimetry. In: *Measurement Science and Technology* 6 (1995), Nr. 6, S. 784–794 4
- [7] DURST, F. ; MELLING, A. ; WHITELAW, J. H.: *Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie*. Karlsruhe : G. Braun, 1987 3
- [8] ECKELMANN, H. : *Einführung in die Strömungsmesstechnik*. Stuttgart : B. G. Teubner, 1997 6
- [9] EISENLOHR, H. ; ECKELMANN, H. : Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low Reynolds number. In: *Physics of Fluids A* 1 (1990), Februar, Nr. 2, S. 189–192 4
- [10] FEI, R. ; GUI, L. ; MERZKIRCH, W. : Vergleichende Untersuchungen von korrelativen PIV-Auswerteverfahren. In: *Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik*, 1998, S. 35.1–35.8 6.2
- [11] FIEDLER, O. : *Strömungs- und Durchflußmesstechnik*. München : Oldenbourg, 1992 3, 3.3, 3.4, 3.5, 3.7, 3.11, 3.12
- [12] FINCHAM, A. M. ; SPEDDING, G. R.: Low cost, high resolution DPIV for measurement of turbulent fluid flow. In: *Experiments in Fluids* 23 (1997), S. 449–462 6.2

- [13] FISCHER, M. ; HEINZE, J. ; MATTHIAS, K. ; RÖHLE, I. : Doppler Global Velocimetry in flames using a newly developed, frequency stabilized, tunable, long pulse Nd:YAG laser. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000* 10
- [14] FLIEGE, N. : *Systemtheorie*. Stuttgart : B. G. Teubner, 1991 6.2
- [15] FORLITI, D. J. ; STRYKOWSKI, P. J. ; DEBATIN, K. : Bias and precision errors of digital particle image velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 28 (2000), S. 436–447 2.7, 4
- [16] FUJITA, I. ; KAIZU, T. : Correction Method of Erroneous Vectors in PIV. In: *Journal of Flow Visualization and Image Processing* 2 (1995), S. 173–185 2.7
- [16] GRANT, I. : Particle image velocimetry: a review. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* Bd. 211 C, 1997, S. 55–76 2
- [17] GRAY, C. ; GREATED, C. A.: Evolution of the partial image velocimetry measuring technique. In: *Strain* 31 (1995), Nr. 1, S. 3–8 2
- [18] GUEZENNEC, Y. G. ; KIRITSIS, N. : Statistical investigation of errors in particle image velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 10 (1990), S. 138–146 2.7
- [19] GUI, L. ; MERZKIRCH, W. : A method of tracking ensembles of particle images. In: *Experiments in Fluids* 21 (1996), S. 465–468 6.2, 16
- [20] GUI, L. ; MERZKIRCH, W. : A comparative study of the MQD method and several correlation-based PIV evaluation algorithms. In: *Experiments in Fluids* 28 (2000), S. 36–44 6.2, 18
- [21] HOPKINS, L. M. ; KELLY, J. T. ; WEXLER, A. S. ; PRASAD, A. K.: Particle image velocimetry measurements in complex geometries. In: *Experiments in Fluids* 29 (2000), S. 91–95 4.4
- [22] IKEDA, Y. ; YAMADA, N. ; NAKAJIMA, T. : Multi-intensity-layer particle-image velocimetry for spray measurement. In: *Measurement Science & Technology* 11 (2000), S. 617–626 4.4
- [23] KEANE, R. D. ; ADRIAN, R. J.: Optimization of particle image velocimeters. Part I: Double pulsed systems. In: *Measurement Science & Technology* 1 (1990), S. 1202–1215 16
- [24] LAWSON, N. J. ; WU, J. : Three-dimensional particle image velocimetry: error analysis of stereoscopic techniques. In: *Measurement Science & Technology* 8 (1997), S. 894–900 8.2
- [25] LEAL, L. G.: *Laminar Flow and Convective Transport Processes: Scaling Principles and Asymptotic Analysis*. Stoneham : Butterworth-Heinemann, 1992 4
- [26] LUND, C. : *Ein Verfahren zur numerischen Simulation instationärer Strömungen mit nichtlinear-viskosen Fließeigenschaften*. Düsseldorf : VDI-Verlag GmbH, 1998 3

- [27] MARXEN, M. ; SULLIVAN, P. E. ; LOEWEN, M. R. ; JÄHNE, B. : Comparison of Gaussian particle center estimators and the achievable measurement density for particle tracking velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 29 (2000), S. 145–153 2.6.4
- [28] MATSUNUMA, T. ; TSUTSUI, Y. : LDV Measurements of Wake-Induced Unsteady Flow within a Turbine Rotor Cascade. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000* 4.4
- [29] MEINHART, C. D. ; PRASAD, A. K. ; ADRIAN, R. J.: A parallel digital processor system for particle image velocimetry. In: *Measurement Science & Technology* 4 (1993), S. 619–626 6.2
- [30] MEYERS, J. ; LEE, J. : Identification and minimization of errors in Doppler global velocimetry measurements. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000* 4.5
- [31] MEYERS, J. F.: Development of Doppler global velocimetry as a flow diagnostics tool. In: *Measurement Science and Technology* 6 (1995), Nr. 6, S. 769–783 4.5
- [32] MEYERS, J. F. ; FLEMING, G. A.: Instantaneous Doppler Global Velocimetry Measurements of a Rotor Wake: Lessons Learned. In: *Proceedings of the Ninth International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 13–16 July 1998, Lisbon, Portugal, 1998* 10
- [33] MOFFATT, H. K.: Viscous and resistive eddies near a sharp corner. In: *Journal of Fluid Mechanics* 18 (1964), S. 1–18 7.4, A.4
- [34] NAYLOR, S. M.: *Development and Accuracy Determination of a Two-Component Doppler Global Velocimeter (DGV)*, West Virginia University Morgantown, Ph. D. Thesis, 1998 (<http://157.182.199.25/etd/ETDS/E116/etd.pdf>) 4.5
- [35] PAHL, M. H. ; MUSCHELKNAUTZ, E. : Statische Mischer und ihre Anwendung. In: *Chemie-Ingenieur-Technik* 52 (1980), Nr. 4, S. 285–291 7.2
- [36] PALEY, M. ; HOSE, R. ; MARZOUQA, I. ; FENNER, J. ; WILKINSON, I. ; NOGUCHI, Y. ; GRIFFITHS, P. : Stable periodic vortex shedding studied using computational fluid dynamics, laser sheet visualization, and MR imaging. In: *Magnetic Resonance Imaging* 18 (2000), S. 473–478 5.1
- [37] PRASAD, A. K.: Stereoscopic particle image velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 29 (2000), S. 103–116 8.2
- [38] PRASAD, A. K. ; ADRIAN, R. J. ; LANDRETH, C. C. ; OFFUTT, P. W.: Effect of resolution on the speed and accuracy of particle image velocimetry interrogation. In: *Experiments in Fluids* 13 (1992), S. 105–116 6.2
- [39] PUST, O. ; LUND, C. : The Kármán Vortex Street — LDV and PIV Measurements Compared with CFD. In: ADRIAN, R. J. (Hrsg.) ; DURÃO, D. F. G. (Hrsg.) ; DURST, F. (Hrsg.) ; HEITOR, M. V. (Hrsg.) ; MAEDA, M. (Hrsg.) ; WHITELAW, J. H. (Hrsg.):

## Literaturverzeichnis

- Laser Techniques Applied to Fluid Mechanics*. Berlin : Springer, 2000, Kapitel II.1, S. 129–142 2
- [40] RAFFEL, M. ; WILLERT, C. E. ; KOMPENHANS, J. : *Particle image velocimetry: a practical guide*. Berlin : Springer, 1998 2, 2.3, 2.4, 4, 6.2
- [41] RIETHMULLER, M. L. (Hrsg.): *Particle Image Velocimetry – Lecture Series 1996-03*. Rhode Saint Genèse : von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996 2
- [42] ROEHLE, I. ; SCHODL, R. ; VOIGT, P. ; WILLERT, C. : Recent developments and applications of quantitative laser light sheet measuring techniques in turbomachinery components. In: *Measurement Science and Technology* 11 (2000), Nr. 7, S. 1023–1035 4.2, 10
- [43] RONNEBERGER, O. ; RAFFEL, M. ; KOMPENHANS, J. : Advanced Evaluation Algorithms for Standard and Dual Plane Particle Image Velocimetry. In: *Proceedings of the Ninth International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 13–16 July 1998, Lisbon, Portugal, 1998*, S. 10.1.1–10.1.8 6.2
- [44] RUCK, B. (Hrsg.): *Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik*. Stuttgart : AT-Fachverlag GmbH, 1990 3, 3.8, 3.9
- [45] SCARANO, F. ; RIETHMULLER, M. L.: Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete window offset. In: *Experiments in Fluids* 26 (1999), S. 513–523 6.2
- [46] SCHMITT, F. ; HIRSCH, C. ; HAZARIKA, B. K.: LDV measurements in the nozzle region of a confined double annular burner: statistical analysis and model evaluation. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000* 4.4
- [47] SHIANG, A. H. ; LIN, J. C. ; ÖZTEKIN, A. ; ROCKWELL, D. : Viscoelastic flow around a confined circular cylinder: measurements using high-image-density particle image velocimetry. In: *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 73 (1997), S. 29–49 6.2
- [48] SORIA, J. : An Investigation of the Near Wake of a Circular Cylinder Using a Video-Based Digital Cross-Correlation Particle Image Velocimetry Technique. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 12 (1996), S. 221–233 6.2
- [49] STANISLAS, M. (Hrsg.) ; KOMPENHANS, J. (Hrsg.) ; WESTERWEEL, J. (Hrsg.): *Particle Image Velocimetry: Progress towards Industrial Application*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2000 4.4
- [50] STOOTS, C. ; BECKER, S. ; LIENHART, H. ; DURST, F. ; MCELIGOT, D. : LDA-Measurements of Transitional Flows in a large Refractive Index Matched Flow Facility. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000*

- [51] TUREK, S. ; SCHÄFER, M. : Benchmark computations of laminar flow around cylinder. In: HIRSCHHEL, E. H. (Hrsg.): *Flow Simulation with High-Performance Computers II* Bd. 52, Vieweg, 1996. – (support of F. Durst, E. Krause, R. Rannacher), S. 547–566 4.4 1
- [52] WAHRIG, G. : *Deutsches Wörterbuch*. Völlig überarbeitete Neuauflage. München : Mosaik-Verlag, 1986 8.2
- [53] WERNET, M. P.: Development of digital particle imaging velocimetry for use in turbomachinery. In: *Experiments in Fluids* 28 (2000), S. 97–115 4.4
- [54] WESTERWEEL, J. : Efficient detection of spurious vectors in particle image velocimetry data. In: *Experiments in Fluids* 16 (1994), S. 236–247 2.7
- [55] WESTERWEEL, J. : *Digital Particle Image Velocimetry: Theory and Application*. Delft University Press, Delft, Delft University of Technology, Dissertation, 1993 2, 16
- [56] WESTERWEEL, J. : Effect of Sensor Geometry on the Performance of PIV Interrogation. In: *Proceedings of the Ninth International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 13–16 July 1998, Lisbon, Portugal, 1998*, S. 1.2.1–1.2.8 4
- [57] WESTERWEEL, J. : Analysis of PIV interrogation for inhomogeneous image fields. In: *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 10–13 July 2000, Lisbon, Portugal, 2000* 7.3.2
- [58] WILLERT, C. E. ; GHARIB, M. : Digital particle image velocimetry. In: *Experiments in Fluids* 10 (1991), S. 181–193 5.1
- [59] WILLERT, C. : The fully digital evaluation of photographic PIV recordings. In: *Applied Scientific Research* (1996), S. 79–102 16
- [60] WILLIAMSON, C. H. K.: Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. In: *Journal of Fluid Mechanics* 206 (1989), S. 579–627 4
- [61] WÜNSCH, O. ; BÖHME, G. : Numerical simulation of 3d viscous fluid flow and convective mixing in a static mixer. In: *Archive of Applied Mechanics* 70 (2000), S. 91–102 7.6, 7.6
- [62] WÜNSCH, O. : *Strömungsmechanik des laminaren Mischens*. Berlin : Springer-Verlag, 2001 (im Druck) 7.2, 5
- [64] YAMAMOTO, F. ; ISA WADA, A. ; IGUCHI, M. ; AKI ISHIKAWA, M. : Discussion of the Cross-Correlation Methods for PIV. In: *Journal of Flow Visualization and Image Processing* 3 (1996), S. 65–78 6.2
- [63] YEH, Y. ; CUMMINS, H. Z.: Localized flow measurements with an He-Ne Laser Spectrometer. In: *Applied Physics Letters* 4 (1964), S. 176–178 3.1
- [64] ZOGG, M. : *Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik*. 3., überarbeitete Aufl. Stuttgart : B. G. Teubner, 1993 7.1

# Glossar

## C

**Charge Coupled Device** *ladungsträgergekoppelte Schaltung* — diese wandelt unter Ausnutzung des photoelektrischen Effektes Photonen in elektrische Ladung um, S. 15.

## D

**Doppler Global Velocimetry** *Globale Doppler-Geschwindigkeitsmessung* — eine laser-optische Meßtechnik, die Strömungsgeschwindigkeiten unter Ausnutzung des Doppler-Effektes bestimmt, indem das Dopplersignal des von Partikeln reflektierten Streulichtes durch eine Jodzelle in eine Intensitätsinformation umgewandelt wird. Zur Zeit lassen sich nur (schnelle) Gasströmungen erfassen. Mit entsprechenden Aufbauten ist die Messung aller drei Geschwindigkeitskomponenten in einer Ebene möglich, S. 47.

## E

**Evaluation** *Auswertung* — das Auswerten der Rohdaten (Partikelbilder) mit einem bestimmten Algorithmus, z. B. der Kreuzkorrelation oder der MQD-Technik, S. 5.

## F

**Fast-Fourier-Transformation** *schnelle Fourier-Transformation* — die Fourier-Transformation ist eine Methode zur Frequenzanalyse von Funktionen. Sie basiert auf der Zerlegung einer Funktion in bestimmte Frequenzen (Eigenfunktionen), die durch die trigonometrischen Grundfunktionen  $\sin()$  und  $\cos()$  ausgedrückt werden. Bei einer Anzahl von  $N = 2^P - 1$  Eigenfunktionen läßt sich diese Transformation wesentlich beschleunigen und wird als Fast-Fourier-Transformation bezeichnet, S. 18.

**forward scattering mode** *Betrieb in Vorwärtsstreurichtung* — bezeichnet die Betriebsart bei der LDV oder der PIV, in der die Empfangsoptik bzw. die Kamera gegenüber der Sendeoptik bzw. der Lichtschnittoptik angeordnet ist und quasi in diese hineinschaut, S. 7.

**Framegrabber** *Bild-Abgreifer* — Framegrabber sind Zusatz-Karten für den PC, die ein Einzelbild (Frame) aus einer Videosequenz (Video-Kamera, Video-Recorder, Fernsehen oder Bildplatte) herausgreifen und digitalisieren können. Das Video-Signal wird dabei durch einen Decoder in seine RGB-Anteile aufgespalten, d. h. ein Analog/Digital-Wandler wandelt die unterschiedlichen RGB-Anteile in für den Computer verständliche Zahlenwerte um. Diese Werte werden im Bildspeicher der Karte abgelegt und können dann als Datei abgespeichert werden, wodurch sie für die Weiterbearbeitung bereitstehen, S. 15.

## I

**Illumination** *Ausleuchtung* — das Erzeugen des Lichtschnittes in der Strömung und damit das Festlegen der Meßebene, S. 5.

**in-plane-loss-of-pairs** *Verlust von (Partikel-)Paaren innerhalb der Ebene* — bezeichnet das Auswandern von Partikeln aus dem Meßfenster zwischen den beiden Belichtungen. Diese Partikel sind damit für die Korrelation verloren, S. 23.

**interrogation area** *Abfragegebiet* — Teil des Gesamtbildes, dessen mathematische Auswertung einen lokalen Geschwindigkeitsvektor liefert, S. 23.

## L

**Laser Doppler Velocimetry** *Laser-Doppler-Geschwindigkeitsmessung* — eine laser-optische Meßtechnik, die Strömungsgeschwindigkeiten unter Ausnutzung des Doppler-Effektes bestimmt. Sie ist sehr genau, mißt zeitlich hoch aufgelöst, eignet sich bei instationären Strömungen aber nicht für die Messung ganzer Geschwindigkeitsfelder. Die Abkürzung LDV wird synonym sowohl für das Verfahren als auch für das Meßsystem gebraucht, S. 9.

## M

**Mean Quadratic Difference** *Mittlere quadratische Differenz* — ein alternativer Ansatz, um aus zwei Partikelbildern die Verschiebung der Partikel zu bestimmen. Er sucht nach dem kleinsten Unterschied zwischen zwei Signalen und nicht nach deren größter Übereinstimmung. Zur Berechnung wer-

den die Differenzen der Partikelbildintensitäten quadriert und über dem Grundgebiet aufsummiert. Anschließend wird das Minimum dieser Verteilung gesucht. Es zeigt die mittlere Verschiebung der Partikel an, S. 69.

**multi-intensity-layer** *Mehr-Ebenen-Intensitäts-PIV* — ein Auswerteverfahren, das ausnutzt, daß Teilchen in Abhängigkeit ihrer Größe unterschiedlich intensives Streulicht reflektieren. Mit speziellen Filtern lassen sich die Streuteilchen nach ihrer Größe klassifizieren und ihre Geschwindigkeiten unabhängig voneinander bestimmen, S. 45.

## O

**out-of-plane-loss-of-pairs** *Verlust von (Partikel-)Paaren aus dem Lichtschnitt heraus* — bezeichnet das Auswandern von Partikeln aus der Lichtschnittebene heraus zwischen den beiden Belichtungen. Diese Partikel sind damit für die Korrelation verloren, S. 23.

**Oxymoron** [Ein Oxymoron ist eine] rhetorische Figur, bei der zwei sich widersprechende Begriffe verbunden sind; zu griechisch *oxys* „scharf, spitz“ und *moros* „dumm“ [52]: „scharfsinniger Unsinn“, S. 2.

## P

**Particle Image Velocimetry** *Partikelbild-Geschwindigkeitsmessung* — eine laseroptische Meßtechnik, die Strömungsgeschwindigkeiten aus der Verschiebung von der Strömung folgenden Partikeln zwischen zwei Zeitpunkten bestimmt. Die Abkürzung PIV wird synonym sowohl für das Verfahren als auch für das Meßsystem gebraucht, S. 4.

**Peak** *Spitze, Höchstwert* — auffälliges Maximum in einer Werteverteilung. Wird hier im Englischen benutzt, da der Begriff insbesondere in Zusammensetzungen wie *peak locking* auftritt, S. 18.

**peak locking** *Verriegelung des Peaks* — gemeint ist die vorzugsweise Plazierung des Kreuzkorrelationsmaximums an ganzzahligen Verschiebungswerten nach Durchführung eines Sub-Pixel-Fits, S. 25.

**Pixel** *Bildpunkt* — Zusammensetzung der englischen Wörter *picture* und *element*. Die kleinste Einheit eines digitalisierten Bildes, S. 15.

**Postprocessing** *Nachbearbeitung* — allgemein das Nachbearbeiten von Daten. Hier ist z. B. das Skalieren von Pixelwerten auf physikalische Größen, das Detektieren von Fehlvektoren oder die grafische Darstellung gemeint, S. 5.

## Q

**quality switch** *Güteschaltung* — Bauteil, das durch opto- oder akustoelektrische Verminderung der Reflektivität eines der Spiegel die im Resonator verstärkte Lichtwelle innerhalb kürzester Zeit auskoppelt, S. 11.

## R

**Rapid Prototyping** *schnelle Prototypenfertigung* — eine Bezeichnung für Verfahren, die es erlauben, aus CAD-Daten oder anderen dreidimensionalen Geometriedaten auf rationelle Weise Prototypen z. B. durch Stereolithographie, Kunststoffvakuumguß oder Metallguß anzufertigen, S. 45.

**Recording** *Aufnahme* — das Aufnehmen des von den Partikeln reflektierten Streulichtes auf ein geeignetes Medium – hier auf einen CCD-Chip, S. 5.

## S

**Seeding** *Säen* — das Hinzufügen der Partikel zum strömenden Fluid, S. 5.

**Signal to Noise Ratio** *Signal-Rausch-Verhältnis* — das Verhältnis des Nutzsignals zum Rauschsignal. In der PIV das Verhältnis des Kreuzkorrelationspeaks zum Mittelwert aller Werte der Korrelationsmatrix. Wird manchmal auch im Sinne der Detektierbarkeit als Verhältnis des Korrelationsmaximums zum nächstniedrigeren lokalen Maximum definiert. Hier ist die zuvor beschriebene Definition gemeint, S. 17.

## T

**Tilt-Adapter** *Neigungswinkel-Adapter* — eine mechanische Vorrichtung, die zum Neigen der Linsenebene gegenüber der Bildebene einer Kamera dient. Sie nimmt das Objektiv (Linsenebene) und den Kamerakörper (Bildebene) getrennt voneinander auf und erlaubt dadurch, die optischen Achsen zu verstellen. Der entstehende Spalt zwischen Objektiv und Kamera wird durch einen Faltenbalg oder Schaumstoff ausgeglichen, S. 132.

## V

- vector map** *Vektorkarte* — Ausdruck für die zweidimensionale Darstellung eines Geschwindigkeitsfeldes. Gewöhnlich werden die Vektoren gezeichnet, die in der dargestellten Ebene liegen. Als Hintergrund können skalare Größen wie z. B. die Wirbelstärke oder der Geschwindigkeitsbetrag in Form eines farbigen Konturplots dargestellt werden, S. 5.
- velocity bias** *systematischer Geschwindigkeitsfehler* — er entsteht dadurch, daß prinzipiell hohe Geschwindigkeiten weniger zur Korrelation beitragen als niedrige. Dadurch werden die Geschwindigkeitswerte systematisch zu niedrig bestimmt, S. 23.

# A Anhang

## A.1 Fortran-Programm zur direkten Kreuzkorrelation

```

      program correlation
c*****
c      Programm zur Kreuzkorrelation zweier PIV-Bilder
c      Dipl.-Ing. Oliver Pust; 1999, 2000
5 c*****
c      1. Gesamtbild                      ff
c      2. Gesamtbild                      gg
c      1. Teilbild                          f
c      2. Teilbild                          g
10 c      Korrelationsmatrix                 c
c      Ortskoordinaten in f und g          k,l
c      Laufindizes fuer Verschiebung       m,n
c      Korrelationskoeffizient an m,n      corr
c      Verschiebung vor Peak-Fit           mcmax, mcmax
15 c      Verschiebung nach Peak-Fit        msub, nsub
c      Signal / Noise Ratio                snr
c      Mittelwerte von f, g und c          meanf, meang, meanc
c*****
      implicit none
20
      include 'grid.h'

      real      ff(1024,1024)
      real      gg(-searchsize+1:1064,-searchsize+1:1064)
25      integer  i, j, m, n
      integer  iplus, jplus, ispace, jspace, iplusspace
      integer  jplusspace, mcmax, ncmax, iprofil, jprofil
      integer  injnmax, grid, spacing

30      real      f(irsiz,irsiz)
      real      g(-searchsize+1:irsiz+searchsize,
&              -searchsize+1:irsiz+searchsize)
      real      c(-searchsize-1:searchsize+1,
&              -searchsize-1:searchsize+1)
```

## A Anhang

```
35      real      corr, cmax, norm, fnorm, gnorm
      real      snr, msub, nsub
      real      vec(256,256,9)

      spacing = int((1. - overlap) * real(irsizes))

40      open (unit=2,file='vec.dat')
      open (unit=3,file='iprofil.dat')
      open (unit=4,file='jprofil.dat')

45      call init_matrix(c,searchsize)
      call readbase(ff)
      call readcross(gg,searchsize,injnmax)

      if ( mod(injnmax, spacing) .eq. 0 ) then
50          grid = injnmax / spacing - 1
      else
          grid = injnmax / spacing
      endif

55      do 100 i=0,grid - 1
          iplus = i + 1
          ispace = i * spacing
          iplusspace = iplus * spacing
          do 110 j=0,grid - 1
60              jplus = j + 1
              jspace = j * spacing
              jplusspace = jplus * spacing
              call put_interrogation_area(f,g,ff,gg,i,j, ispace, jspace,
&                                     grid,fnorm,searchsize,irsizes)
65              do 120 m=-searchsize,searchsize
                  do 130 n=-searchsize,searchsize
                      call crosscorrelation(f,g,m,n,corr,c,norm,
&                                     fnorm,gnorm,irsizes,searchsize)
130                  continue
70      120          continue

              call find_corrmax(c,cmax,mcmx,ncmx,searchsize)
              call subpixelgauss(msub,nsub,c,mcmx,ncmx,searchsize)
              call signal_noise_ratio(snr,c,cmax,searchsize)
75      vec(iplus,jplus,1) = iplusspace
          vec(iplus,jplus,2) = jplusspace
          vec(iplus,jplus,3) = msub
          vec(iplus,jplus,4) = nsub
          vec(iplus,jplus,5) = snr
80      if (iplusspace .eq. iprofil) then
```

## A Anhang

```

        write (3,1001) jplusspace, msub, nsub,
&                (msub**2.0 + nsub**2.0)**0.5
        endif
        if (jplusspace .eq. jprofil) then
85         write (4,1001) iplusspace, msub, nsub,
&                (msub**2.0 + nsub**2.0)**0.5
        endif
110        continue
100        continue
90         close (unit=3)
         close (unit=4)

        call global_filter(vec,grid)
        call vorticity(vec,grid,spacing)
95 c      call circulation(vec,grid,spacing)
        do 300 i=0,grid - 1
            iplus = i + 1
            do 310 j=0,grid - 1
                jplus = j + 1
100         write (2,1002) vec(iplus,jplus,1),vec(iplus,jplus,2),
&                vec(iplus,jplus,3),vec(iplus,jplus,4),
&                ((vec(iplus,jplus,3))**2.0
&                + (vec(iplus,jplus,4))**2.0)**0.5,
&                vec(iplus,jplus,5),vec(iplus,jplus,6),
105         &                vec(iplus,jplus,7),vec(iplus,jplus,8),
&                vec(iplus,jplus,9)
310         continue
300        continue
         close (unit=2)
110 1001 format (1x,i4,3(1x,f7.3))
1002 format (2(1x,f5.0),4(1x,f15.6),2(1x,f5.0),2(1x,f15.6))
        end
```

115

120

125

## A Anhang

```
c*****
c   SUBROUTINEN - SUBROUTINEN - SUBROUTINEN - SUBROUTINEN
c*****
130 c
c*****
c   Routine zur Initialisierung von c mit Einsen,
c   um log(0) beim Gauss-Fit zu vermeiden
c*****
135   subroutine init_matrix(c,searchsize)

       implicit none

       integer      k, l, searchsize

140       real        c(-searchsize-1:searchsize+1,
&               -searchsize-1:searchsize+1)

       do 100 k=-searchsize-1,searchsize+1
145         do 110 l=-searchsize-1,searchsize+1
               c(k,l) = 1
110         continue
100        continue
       return
150       end
c*****
c   Einlesen des Base-Images (1. Bild)
c*****
155   subroutine readbase(pix)

       implicit none

       character*5 filename
       integer      n, ncols, nrows
160       real        pix(1024,1024)

       filename = "b.bmp"
       n = 5

165       call readimage(pix,ncols,nrows,filename,n)

       write (*,*) 'Base-Image eingelesen!'
       return
       end
170
```

## A Anhang

```
c*****
c      Einlesen des Cross-Images (2. Bild)
175 c*****
      subroutine readcross(gg,searchsize,injnmax)

      implicit none

180      character*5 filename
      integer      i, j, n, ncols, nrows, searchsize, injnmax
      real         gg(-searchsize+1:1064,-searchsize+1:1064)
      real         pix(1024,1024)

185      filename = "c.bmp"
      n = 5

      call readimage(pix,ncols,nrows,filename,n)

190      do 100 i = 1, ncols
          do 110 j = 1, ncols
              gg(i,j) = pix(i,j)
110          continue
100      continue

195      if ( ncols .gt. nrows ) then
          injnmax = nrows
      else
          injnmax = ncols
200      endif

      write (*,*) 'Cross-Image eingelesen!'
      return
      end

205 c*****
c      Routine zur Uebergabe des Teilbildes aus ff an f
c      und aus gg an g
c*****
      subroutine put_interrogation_area(f,g,ff,gg,i,j,ispac,
210      &                                jspace,grid,fnorm,
      &                                searchsize,irsize)

      implicit none

215      integer      searchsize, irsize
      real         ff(1024,1024)
      real         gg(-searchsize+1:1064,-searchsize+1:1064)
      integer      i, j, ispac, jspace, k, l, grid
```

## A Anhang

```
220     real          f(irsiz,irsiz)
      real          g(-searchsize+1:irsiz+searchsize,
&              -searchsize+1:irsiz+searchsize)
      real          meanf, meang, fnorm

225     meanf = 0.
      meang = 0.
      fnorm = 0.

      do 100 k=1,irsiz
230         do 110 l=1,irsiz
              f(k,l) = ff(k + ispace,l + jspace)
              meanf = meanf + f(k,l)
              fnorm = fnorm + f(k,l)**2.
110         continue
235     100 continue

      do 120 k=-searchsize+1,irsiz+searchsize
          do 130 l=-searchsize+1,irsiz+searchsize
240              g(k,l) = gg(k + ispace,l + jspace)
              meang = meang + g(k,l)
130          continue
120      continue

      meanf = meanf/irsiz/irsiz
245     if (((i .eq. 0) .and. (j .eq. 0)) .or.
&         ((i .eq. 0) .and. (j .eq. grid - 1)) .or.
&         ((j .eq. 0) .and. (i .eq. grid - 1)) .or.
&         ((i .eq. grid - 1) .and. (j .eq. grid - 1))) then
          meang = meang/(irsiz+searchsize)/(irsiz+searchsize)
250     elseif ((i .eq. 0) .or. (j .eq. 0) .or.
&             (i .eq. grid - 1) .or. (j .eq. grid - 1) ) then
          meang = meang/(irsiz+searchsize)/(irsiz+2*searchsize)
      else
          meang = meang/(irsiz+2*searchsize)/(irsiz+2*searchsize)
255     endif

      do 140 k=1,irsiz
          do 150 l=1,irsiz
              if ( f(k,l) .le. meanf ) then
260                  f(k,l) = 0.
              else
                  f(k,l) = f(k,l) - meanf
              endif
150          continue
```

## A Anhang

```

265 140 continue

      do 160 k=-searchsize+1,irsize+searchsize
        do 170 l=-searchsize+1,irsize+searchsize
          if ( g(k,l) .le. meang ) then
270           g(k,l) = 0.
          else
            g(k,l) = g(k,l) - meang
          endif
        170 continue
275 160 continue
      return
      end

c*****
c  Routinen zur Kreuzkorrelation an einer Stelle (m,n);
280 c  uebergeben werden die Felder f und g u. die Stelle (m,n),
c  zurueckgeliefert wird der Korrelationskoeffizient an der
c  Stelle (m,n)
c*****
      subroutine crosscorrelation(f,g,m,n,corr,c,norm,fnorm,
285      & gnorm,irsize,searchsize)

      implicit none

      integer      k, l, m, n, searchsize, irsize

290
      real         f(irsize,irsize)
      real         g(-searchsize+1:irsize+searchsize,
&                -searchsize+1:irsize+searchsize)
      real         c(-searchsize-1:searchsize+1,
295      &                -searchsize-1:searchsize+1)
      real         corr, norm, fnorm, gnorm

      corr = 0.
      gnorm = 0.
300      norm = 0.

      if ((m .ge. 0) .and. (n .ge. 0)) then
        do 100 k=1,irsize
          do 110 l=1,irsize
305             corr = corr + ( f(k,l) * g(k+m,l+n) )
             gnorm = gnorm + g(k+m,l+n)**2.
          110 continue
        100 continue
      elseif ((m .lt. 0) .and. (n .lt. 0)) then
310         do 120 k=1,irsize

```

## A Anhang

```

do 130 l=1,irsize
    corr = corr + ( f(k-m,l-n) * g(k,l) )
    gnorm = gnorm + g(k-m,l-n)**2.
130    continue
315 120    continue
elseif ((m .ge. 0) .and. (n .lt. 0)) then
do 140 k=1,irsize
do 150 l=1,irsize
    corr = corr + ( f(k,l-n) * g(k+m,l) )
320    gnorm = gnorm + g(k+m,l-n)**2.
150    continue
140    continue
elseif ((m .lt. 0) .and. (n .ge. 0)) then
do 160 k=1,irsize
325 do 170 l=1,irsize
    corr = corr + ( f(k-m,l) * g(k,l+n) )
    gnorm = gnorm + g(k-m,l+n)**2.
170    continue
160    continue
330 endif

norm = sqrt(fnorm * gnorm)

if (norm .eq. 0.) then
335    c(m,n) = 0.0001
else
    c(m,n) = corr / norm
endif
return
340 end

c*****
c    Routine zum Finden des Korrelationsmaximums
c*****
subroutine find_corrmax(c,cmax,mcmax,ncmax,searchsize)
345
implicit none

integer    m, n, searchsize
integer    mcmax, ncmax
350
real       c(-searchsize-1:searchsize+1,
&          -searchsize-1:searchsize+1), cmax

cmax = 0
355 mcmax = 0
ncmax = 0

```

## A Anhang

```

do 100 m=-searchsize,searchsize
  do 110 n=-searchsize,searchsize
360     if(c(m,n) .le. cmax) go to 110
        mcmax = m
        ncmax = n
        cmax = c(m,n)
110     continue
365 100  continue
      return
      end
c*****
c   Routine zur Subpixel-Lokalisation des Korrelations-
370 c   maximums mit dem Gauss-Fit
c*****
      subroutine subpixelgauss(msub,nsup,c,mcmax,ncmax,
&                               searchsize)

375     implicit none

      integer      mcmax, ncmax, searchsize

      real         c(-searchsize-1:searchsize+1,
380 &               -searchsize-1:searchsize+1)
      real         msub, nsup

      if (c(mcmax-1,ncmax) .eq. 0.0) then
        c(mcmax-1,ncmax) = 1.
385     endif
      if (c(mcmax,ncmax-1) .eq. 0.0) then
        c(mcmax,ncmax-1) = 1.
      endif
      if (c(mcmax,ncmax) .eq. 0.0) then
390         c(mcmax,ncmax) = 1.
      endif
      if (c(mcmax+1,ncmax) .eq. 0.0) then
        c(mcmax+1,ncmax) = 1.
      endif
395     if (c(mcmax,ncmax+1) .eq. 0.0) then
        c(mcmax,ncmax+1) = 1.
      endif

      msub = mcmax + (log(c(mcmax-1,ncmax))
400 &         - log(c(mcmax+1,ncmax)))
&         / (2.*(log(c(mcmax-1,ncmax))
&         + log(c(mcmax+1,ncmax)))

```

## A Anhang

```
&      - 2.*log(c(mymax,ncmax))))
405      nsub = ncmax + (log(c(mymax,ncmax-1))
&      - log(c(mymax,ncmax+1)))
&      / (2.*(log(c(mymax,ncmax-1))
&      + log(c(mymax,ncmax+1))
&      - 2.*log(c(mymax,ncmax))))
410      return
      end
c*****
c      Routine zur Bestimmung des SNR
c*****
415      subroutine signal_noise_ratio(snr,c,cmax,searchsize)

      implicit none

      integer      m, n, searchsize

420      real      c(-searchsize-1:searchsize+1,
&      -searchsize-1:searchsize+1)
      real      cmax
      real      meanc, snr

425      snr = 0.
      meanc = 0.
      do 100 m=-searchsize,searchsize
          do 110 n=-searchsize,searchsize
430              meanc = meanc + c(m,n)
110          continue
100      continue
      meanc = meanc/(2 * searchsize + 1)**2.
      snr = cmax / meanc
435      return
      end
c*****
c      Routine zum Auffinden und Markieren von Outliern
c      durch globale Filterung
440 c*****
      subroutine global_filter(vec,grid)

      implicit none

445      include 'grid.h'

      integer      k, l
      integer      errornum, grid
```

## A Anhang

```
450      real      vec(256,256,9)
      real      meanu, meanv
      real      stdevu, stdevv
      real      umin, umax, vmin, vmax

455      meanu = 0.
      meanv = 0.

      do 100 k=1,grid
          do 110 l=1,grid
460              meanu = meanu + vec(k,l,3)
                  meanv = meanv + vec(k,l,4)
110          continue
100      continue

465      meanu = meanu/real(grid**2)
      meanv = meanv/real(grid**2)

      stdevu = 0.
      stdevv = 0.
470      do 120 k=1,grid
          do 130 l=1,grid
              stdevu = stdevu + (vec(k,l,3) - meanu)**2.
              stdevv = stdevv + (vec(k,l,4) - meanv)**2.
130          continue
475      120 continue

      stdevu = sqrt(stdevu/real(grid**2))
      stdevv = sqrt(stdevv/real(grid**2))
      write(*,*) 'Statistik vor Filterung:'
480      write(*,*) 'Mittelwert von u:',meanu,
&              ' Standardabweichung von u:', stdevu
      write(*,*) 'Mittelwert von v:',meanv,
&              ' Standardabweichung von v:', stdevv

485      umax = meanu + fu*stdevu
      umin = meanu - fu*stdevu
      vmax = meanv + fv*stdevv
      vmin = meanv - fv*stdevv
      errornum = 0
490      do 140 k=1,grid
          do 150 l=1,grid
              if ( (vec(k,l,3) .gt. umax) .or.
&              (vec(k,l,3) .lt. umin) .or.
&              (vec(k,l,4) .gt. vmax) .or.
```

## A Anhang

```

495      &          (vec(k,l,4) .lt. vmin) ) then
          vec(k,l,7) = 1.
          if ( vec(k,l,7) .eq. 1. ) then
              errornum = errornum + 1
          endif
500      endif
150      continue
140      continue

      write (*,*) errornum,' Outlier entsprechen' ,
505      &      real(errornum) / real(grid**2) * 100., ' % Outlier'
      return
      end
c*****
c      Routine zum Berechnen von Wirbelvektorkomponenten mittels
510 c      Differenzenquotienten
c*****
      subroutine vorticity(vec,grid,spacing)

      implicit none

515      integer      k, l, grid, spacing

      real          vec(256,256,9)

520      vec(1,1,8) = 1. / spacing
      &          * ( ( vec(2,1,4) - vec(1,1,4) )
      &          -   ( vec(2,1,3) - vec(1,1,3) ) )

      vec(grid,grid,8) = 1. / spacing
525      &          * ( ( vec(grid,grid,4) - vec(grid-1,grid,4) )
      &          -   ( vec(grid,grid,3) - vec(grid-1,grid,3) ) )

      vec(1,grid,8) = 1. / spacing
      &          * ( ( vec(2,grid,4) - vec(1,grid,4) )
530      &          -   ( vec(1,grid,3) - vec(1,grid-1,3) ) )

      vec(grid,1,8) = 1. / spacing
      &          * ( ( vec(grid,1,4) - vec(grid-1,1,4) )
      &          -   ( vec(grid,2,3) - vec(grid,1,3) ) )
535

      do 100 l=2,grid-1
          vec(1,l,8) = 1. / spacing
      &          * ( ( vec(1,l-1,3) - vec(1,l+1,3) ) * 0.5
      &          +   ( vec(2,l,4) - vec(1,l,4) ) )
540      100      continue

```

## A Anhang

```

do 110 k=2,grid-1
  vec(k,grid,8) = 1. / spacing
  &      * ( vec(k,grid-1,3) - vec(k,grid,3)
545  &      + ( vec(k+1,grid,4) - vec(k-1,grid,4) ) * 0.5 )
110    continue

do 120 l=2,grid-1
  vec(grid,l,8) = 1. / spacing
550  &      * ( ( vec(grid,l-1,3) - vec(grid,l+1,3) ) * 0.5
  &      + ( vec(grid,l,4) - vec(grid-1,l,4) ) )
120    continue

do 130 k=2,grid-1
555  vec(k,1,8) = 1. / spacing
  &      * ( vec(k,1,3) - vec(k,2,3)
  &      + ( vec(k+1,1,4) - vec(k-1,1,4) ) * 0.5 )
130    continue

560  do 140 k=2,grid-1
      do 150 l=2,grid-1
          vec(k,l,8) = 1. / spacing
          &      * ( ( vec(k,l-1,3) - vec(k,l+1,3) ) * 0.5
          &      + ( vec(k+1,l,4) - vec(k-1,l,4) ) * 0.5 )
565  150    continue
      140    continue

do 160 k=1,grid
  do 170 l=1,grid
570    vec(k,l,9) = abs ( vec(k,l,8) )
170    continue
160    continue

return
575  end
c*****
c  Routine zum Berechnen von Wirbelvektorkomponenten
c  mittels Zirkulation
c*****
580  subroutine circulation(vec,grid,spacing)

  implicit none

  integer      k, l, grid, spacing
585
  real         vec(256,256,9)

```

## A Anhang

```
vec(1,1,8) = 1. / spacing
&          * ( ( vec(2,1,4) - vec(1,1,4) )
590 &          -   ( vec(2,1,3) - vec(1,1,3) ) )

vec(grid,grid,8) = 1. / spacing
&          * ( ( vec(grid,grid,4) - vec(grid-1,grid,4) )
&          -   ( vec(grid,grid,3) - vec(grid-1,grid,3) ) )
595

vec(1,grid,8) = 1. / spacing
&          * ( ( vec(2,grid,4) - vec(1,grid,4) )
&          -   ( vec(1,grid,3) - vec(1,grid-1,3) ) )

600 vec(grid,1,8) = 1. / spacing
&          * ( ( vec(grid,1,4) - vec(grid-1,1,4) )
&          -   ( vec(grid,2,3) - vec(grid,1,3) ) )

do 100 l=2,grid-1
605   vec(1,l,8) = 1. / spacing
&       * ( ( vec(1,l-1,3) - vec(1,l+1,3) ) * 0.5
&       +   ( vec(2,l,4) - vec(1,l,4) ) )
100   continue

610 do 110 k=2,grid-1
   vec(k,grid,8) = 1. / spacing
&       * ( vec(k,grid-1,3) - vec(k,grid,3)
&       +   ( vec(k+1,grid,4) - vec(k-1,grid,4) ) * 0.5 )
110   continue

615 do 120 l=2,grid-1
   vec(grid,l,8) = 1. / spacing
&       * ( ( vec(grid,l-1,3) - vec(grid,l+1,3) ) * 0.5
&       +   ( vec(grid,l,4) - vec(grid-1,l,4) ) )
620 120   continue

do 130 k=2,grid-1
   vec(k,1,8) = 1. / spacing
&       * ( vec(k,1,3) - vec(k,2,3)
625 &       +   ( vec(k+1,1,4) - vec(k-1,1,4) ) * 0.5 )
130   continue

do 140 k=2,grid-1
do 150 l=2,grid-1
630   vec(k,l,8) = spacing / ( 2. * spacing )**2.
&       * ( ( vec(k,l-1,3) - vec(k,l+1,3) )
&       +   ( vec(k+1,l,4) - vec(k-1,l,4) ) )
```

## A Anhang

```

        &                + 0.5 * ( - vec(k+1,l+1,3) + vec(k+1,l+1,4)
        &                - vec(k-1,l+1,3) - vec(k-1,l+1,4)
635    &                + vec(k-1,l-1,3) - vec(k-1,l-1,4)
        &                + vec(k+1,l-1,3) + vec(k+1,l-1,4)))
150    continue
140    continue

640    do 160 k=1,grid
        do 170 l=1,grid
            vec(k,l,9) = abs ( vec(k,l,8) )
170    continue
160    continue
645    return
        end
```

## A.2 C-Programm zum Einlesen von binären Bilddateien

```

#include <magick.h>
#define NMAX 1024
#define MMAX 1024
/*****
5 /* subroutine for reading image file */
/*****/
void readimage_(pix,ncols,nrows,fname,nchars,nstring)
    char *fname;
    int nstring,*nchars,*ncols,*nrows;
10 float pix [NMAX] [MMAX];
{
    Image
        *image;
    ImageInfo
15 image_info;
    int nn,n1,n2;
printf(fname);
    /* Initialize the image info structure and read an image.
    */
20 GetImageInfo(&image_info);
    (void) strncpy(image_info.filename,fname,*nchars);
    image=ReadImage(&image_info);
    if (image == (Image *) NULL) exit(1);
    if (IsGrayImage(image))
25 {
        *ncols=image->columns;
        *nrows=image->rows;
        /* Get the Pixel values
        */
30 nn=image->columns*image->rows;
        pix_assign(image,nn,pix);
    }
    else
    {
35 printf("Image is not greyscales (color not supported)!\n");
        exit(0);
    }
    DestroyImage(image);
}

```

## A Anhang

```
40  /*****  
    pix_assign(image,nn,pix)  
        Image *image;      int nn;  
        float pix [NMAX][MMAX];  
  
45  {  
    float *red= (float *) malloc(nn * sizeof(float));  
    int ncols, nrows;  
    register int i,j;  
    if (! red)  
50    {  
        /* error - insufficient memory */  
    }  
  
    GetPixels(image,red,NULL,NULL,NULL);  
55    if (image->depth == 8)  
        {  
  
            ncols=image->columns;  
            nrows=image->rows;  
  
60            for (j=0; j<=nrows-1;j++)  
                {  
                    for (i=0; i<=ncols-1;i++)  
                        {  
65                            pix[i][j]=255*red[j*ncols+i];  
                        }  
                }  
        }  
    else  
70    {  
        printf("Not yet able to handle 16-bit images!\n");  
        exit(0);  
    }  
  
75    free(red);  
}
```

### A.3 Fortran-Programm zum Setzen der Korrelationsparameter

```

integer    irsize, searchsize, iprofil, jprofil

real       overlap
real       fu, fv

5
parameter (irsize  = 32)
parameter (overlap = 0.5)
parameter (searchsize = 17)
parameter (fu = 4.0)
10 parameter (fv = 4.0)
parameter (iprofil  = 496)
parameter (jprofil  = 496)

```

### A.4 Schleichende Umströmung einer Ecke

An dieser Stelle sollen die theoretischen Überlegungen zur stationären, ebenen und schleichenden ( $Re \rightarrow 0$ ) Umströmung einer Ecke durch ein dichtebeständiges Fluid dargestellt werden.

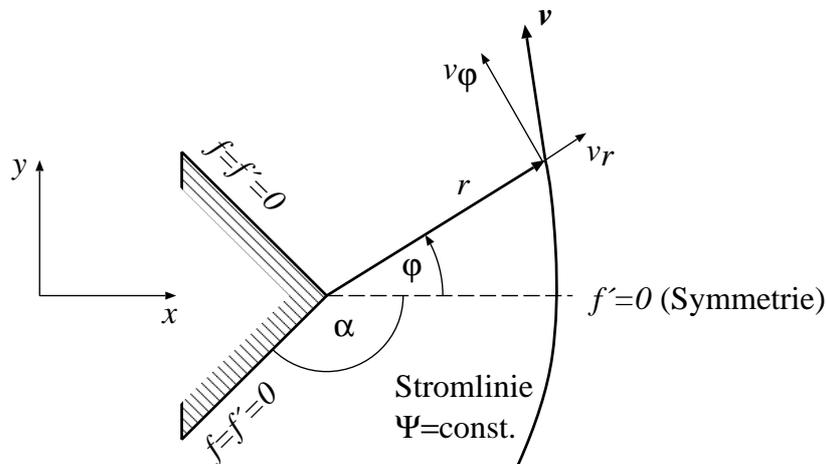


Abbildung A.1: Skizze zur Umströmung einer Ecke

Gesucht wird eine lokale Lösung für die Stromfunktion  $\Psi$  nach einem Ähnlichkeitsansatz mit folgender Kinematik:

$$\Psi(r, \varphi) = r^\lambda f(\varphi)$$

## A Anhang

Daraus ergeben sich die Geschwindigkeitskomponenten in Polarkoordinaten:

$$v_r(r, \varphi) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} = r^{\lambda-1} f'(\varphi)$$

$$v_\varphi(r, \varphi) = -\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\lambda r^{\lambda-1} f(\varphi)$$

Die relevanten räumlichen Ableitungen lassen sich damit wie folgt darstellen:

$$\text{rot } \mathbf{v} = -\Delta \Psi \mathbf{e}_z = -(\lambda^2 f + f'') r^{\lambda-2} \mathbf{e}_z$$

mit  $\Delta \Psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2}$

$$2 \mathbf{D} = r^{\lambda-2} \begin{bmatrix} a & b \\ b & -a \end{bmatrix} = r^{\lambda-2} \begin{bmatrix} 2(\lambda-1)f' & -\lambda(\lambda-2)f + f'' \\ -\lambda(\lambda-2)f + f'' & -2(\lambda-1)f' \end{bmatrix}$$

$$\dot{\gamma}^2 := 2 \text{ sp } \mathbf{D}^2 = r^{2(\lambda-2)} (a^2 + b^2)$$

Für ein newtonsches Fluid gelten bei  $\text{Re} = 0$  die verkürzten Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\mathbf{0} = -\text{grad } p - \eta \text{ rot rot } \mathbf{v}$$

$$\mathbf{0} = \eta \text{ rot rot rot } \mathbf{v} \quad , \quad \mathbf{v} = \text{rot}(\Psi \mathbf{e}_z)$$

$$\Delta \Delta \Psi = 0$$

Setzt man den Ansatz ein, erhält man:

$$\left[ (\lambda-2)^2 + \frac{d^2}{d\varphi^2} \right] (\lambda^2 f + f'') = 0$$

Die symmetrische Lösung der obigen Differentialgleichung ergibt sich zu:

$$f(\varphi) = \underbrace{A \cos(\lambda\varphi)}_{\text{Potentialanteil}} + C \cos[(\lambda-2)\varphi]$$

Die Haftbedingungen  $f(\pm\alpha) = 0$  und  $f'(\pm\alpha) = 0$  führen auf einen Zusammenhang zwischen  $A$  und  $C$

$$A \cos(\lambda\alpha) + C \cos[(\lambda-2)\alpha] = 0$$

und auf die Eigenwertgleichung [33]

$$\sin[(\lambda-1)\alpha] = -(\lambda-1) \sin \alpha$$

## A Anhang

Für die Umströmung einer  $90^\circ$ -Ecke ( $2\alpha = 270^\circ$ ) erhält man als kleinsten Eigenwert  $\lambda = 1,5444837$ . Damit stehen  $A$  und  $C$  im Verhältnis  $C = 1,8414 A$ . Somit berechnet sich die Wirbelstärke zu:

$$\begin{aligned}\omega &:= (\operatorname{rot} \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_z = -4(\lambda - 1)r^{\lambda-2}C \cos[(\lambda - 2)\varphi] \\ \omega &= -\frac{4 \cdot 0,544 C}{r^{0,456}} \underbrace{\cos(0,456 \varphi)}_{>0 \text{ für } \varphi \in [-135^\circ, +135^\circ]}\end{aligned}$$

Das Vorzeichen von  $C$  läßt sich mit folgender Überlegung bestimmen: wenn  $v_\varphi > 0$  wie in Abbildung A.1 gezeigt, dann gilt  $f < 0$ , d. h. auch  $A, C < 0$ . Also ist  $\omega > 0$ :

$$\omega \sim \frac{\cos(0,456 \varphi)}{r^{0,456}}$$

Man beachte, daß  $\omega$  für  $r \rightarrow 0$  singulär wird.

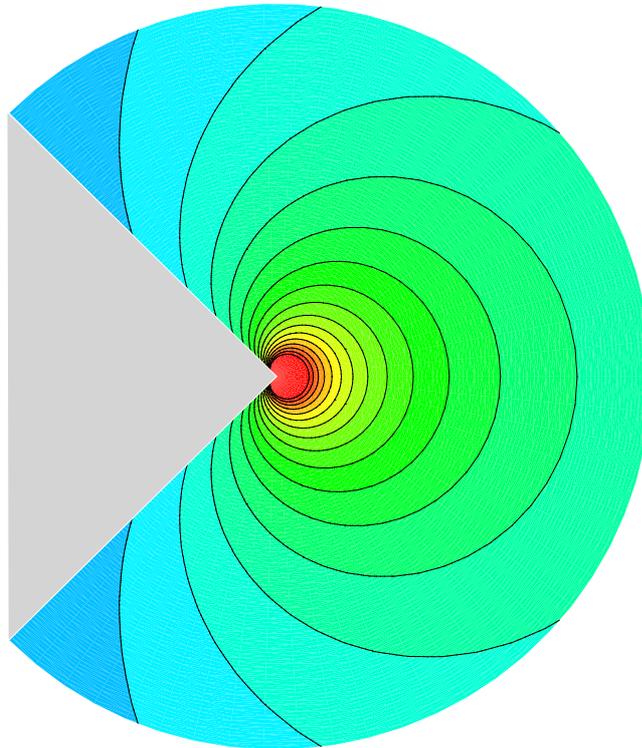


Abbildung A.2: Konturplot von  $\omega$

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name	Oliver Pust
Geburtsdatum	10. Dezember 1965
Geburtsort	Helmstedt

## Schulbildung

1972–1975	Grundschule Hannover
1975–1976	Grundschule Eilvese
1976–1978	Orientierungsstufe Neustadt am Rübenberge
1978–1985	Gymnasium Neustadt am Rübenberge Abschluß mit Allgemeiner Hochschulreife

## Studium

1989–1993	Universität der Bundeswehr Hamburg Maschinenbau, Fachrichtung Grundlagen des Maschinenbaues Abschluß als Diplom-Ingenieur
-----------	--

## Tätigkeiten

1985–1996	Zeitoffizier bei der Bundeswehr
Praktika	Volkswagen AG, Hannover Bayrische Motorenwerke AG, München
1996–2001	Wissenschaftlicher Assistent Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen
seit 2001	Universität der Bundeswehr Hamburg Entwicklungsingenieur bei der CargoLifter Development GmbH, Krausnick